

Die Messung ebener Schubzustände mit DMS

Einführung

Die in Abb. 1a dargestellte Belastung einer Probe führt im Probenmaterial zu Schubspannungen. Ein ursprünglich quadratisches Element des Werkstoffs, dessen vertikale Seiten mit der Belastungsrichtung übereinstimmen, wird durch die Spannungen in einen Rhombus verformt, wie in Abb. 1b gezeigt wird. Zum besseren Verständnis ist die Verformung in der Abbildung übertrieben dargestellt. Schub- oder Scherdehnung ist definiert als die Größe der Winkeländerung des ursprünglich rechten Winkels des Elements im X/Y-Original. Also:

$$\gamma = \frac{\pi}{2} - \varphi \quad (1)$$

Da Schubdehnung eine Winkeländerung ist und ihre natürliche Einheit das Bogenmaß ist, kann sie auch in m/m oder Prozent ausgedrückt werden. Aus Gleichung 1 geht hervor, dass das Vorzeichen der Schubdehnung positiv ist, wenn der ursprünglich rechte Winkel kleiner wird ($\varphi < \pi/2$). Eine Umkehrung der Richtung (Vorzeichen) der Schubspannung in Abb. 1 macht den ursprünglichen rechten Winkel größer und resultiert in negativer Schubdehnung.

Normaldehnungen rufen im Messgitter eines DMS Dimensionsänderungen hervor, welche seinen elektrischen Widerstand ändern. Reine Schubdehnungen rufen lediglich eine Drehung des Gitters hervor und bewirken keine für eine Widerstandsänderung notwendige Verlängerung oder Verkürzung des Gitters. Glücklicherweise sind aber Schub- und Normaldehnungen durch mechanische Gesetze miteinander verbunden, womit eine direkte Anzeige der Schubdehnung mittels DMS möglich wird. Werden auf einer gedehnten Oberfläche DMS in der richtigen Weise angeordnet und in ebenso richtiger Weise in eine Wheatstone-Brückenschaltung eingebracht, erbringt das Messinstrument eine Anzeige, die der Schubdehnung auf der Oberfläche des Bauteils direkt proportional ist.

Diese TechNote entwickelt zuerst einen Ausdruck zur Bestimmung der Oberflächenschubdehnung für jeden gegebenen Winkel bezogen auf zwei Normaldehnungsmessungen. Als nächstes folgt eine Diskussion der DMS-Anordnungen und der Konfiguration der Wheatstone-Brückenschaltung für eine direkte Anzeige der Schubdehnung. Die Größe der Schubdehnungsvariation um einen Punkt in einem zweiachsigen Dehnungsfeld folgt einer Sinusfunktion. Da in der Spannungsanalyse gewöhnlich die vorhandenen Maximaldehnungen von pri-

märem Interesse sind, wird der Mohr'sche Dehnungskreis herangezogen, um einen Ausdruck für die maximale Schubdehnung an einem Punkt im zweiachsigen Dehnungsfeld zu erhalten. Schließlich werden praktische Beispiele von Schubdehnungsmessungen mit DMS gegeben und zwar sowohl für isotrope Werkstoffe (Metalle), als auch für orthotrope Materialien wie Holz oder faserverstärkte Komposite.

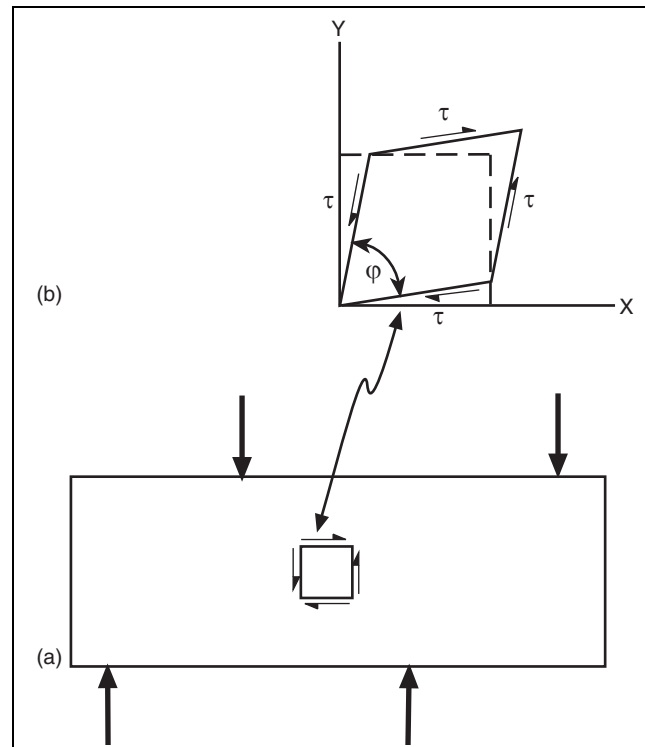


Abb. 1 - a) Schubbelastung einer Probe;
b) vergrößerte Schubverformung eines ursprünglich quadratischen Werkstoffelements.

Schubdehnungen aus Normaldehnungen

Betrachten wir, wie in Abb. 2 dargestellt, eine Anordnung von zwei DMS, die in beliebig verschiedenen Winkeln relativ zu einem X/Y-Koordinatensystem positioniert sind, welches seinerseits wiederum in einem beliebigen Winkel zu den Hauptdehnungsachsen steht. Aus der elementaren Festigkeitslehre wissen wir, dass die Dehnung entlang der DMS-Gitterachsen beschrieben werden kann zu:

Die Messung ebener Schubzustände mit DMS

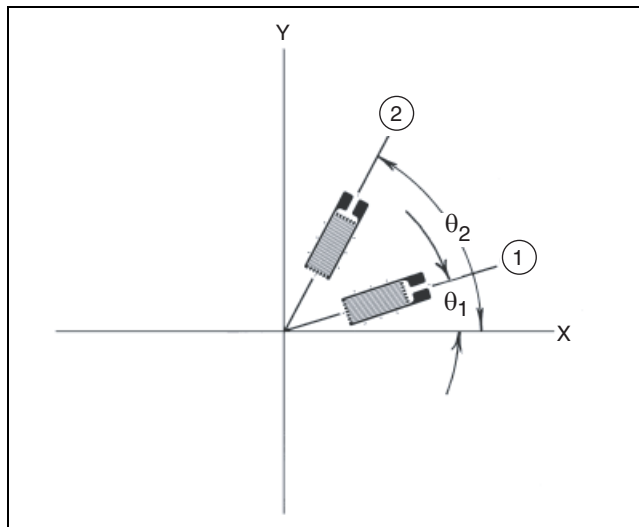


Abb. 2 - Beliebige angeordnete DMS in einem zweiachsigen Dehnungsfeld

$$\epsilon_1 = \frac{\epsilon_x + \epsilon_y}{2} + \frac{\epsilon_x - \epsilon_y}{2} \cos 2\theta_1 + \frac{\gamma_{xy}}{2} \sin 2\theta_1 \quad (2)$$

$$\epsilon_2 = \frac{\epsilon_x + \epsilon_y}{2} + \frac{\epsilon_x - \epsilon_y}{2} \cos 2\theta_2 + \frac{\gamma_{xy}}{2} \sin 2\theta_2 \quad (3)$$

Subtrahiert man Gleichung (3) von Gleichung (2) und löst das Resultat nach γ_{xy} auf, erhält man:

$$\gamma_{xy} = \frac{2(\epsilon_1 - \epsilon_2) - (\epsilon_x - \epsilon_y)(\cos 2\theta_1 - \cos 2\theta_2)}{\sin 2\theta_1 - \sin 2\theta_2} \quad (4)$$

Unter der Voraussetzung, dass $\cos 2\theta_1 \cong \cos 2\theta_2$, hebt sich der Term ϵ_x und ϵ_y auf, und man kann schreiben

$$\gamma_{xy} = \frac{2(\epsilon_1 - \epsilon_2)}{\sin 2\theta_1 - \sin 2\theta_2} \quad (5)$$

Da um das Null-Argument herum die Cosinusfunktion sowie alle ganzzahligen Vielfachen von π als praktisch symmetrisch betrachtet werden können, wird $\cos 2\theta_1 \cong \cos 2\theta_2$, wenn

$$\theta_1 + \alpha = -\pi/2, 0, \pi/2, \pi \dots \frac{n\pi}{2} = \theta_2 - \alpha \quad (6)$$

Ordnet man die DMS nun so an, dass sie mit ihren Gitterachsen symmetrisch z. B. zur X-Achse (Abb. 3) orientiert sind, dann gilt offenbar

$$\theta_1 = -\theta_2 = \alpha$$

und man kann schreiben

$$\gamma_{xy} = \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{\sin 2\theta_2} = \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{\sin 2\theta_1} = \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{\sin 2\alpha} \quad (7)$$

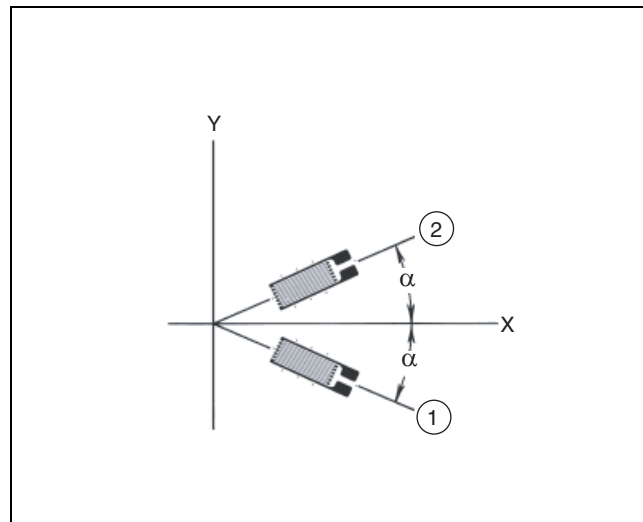


Abb. 3 - Definition der X-Achse als Winkelhalbierende zwischen den DMS-Gitterachsen, $\gamma_{xy} = (\epsilon_1 - \epsilon_2)/\sin 2\alpha$

Die bisherigen Ergebnisse können folgendermaßen verallgemeinert werden: Die Differenz der Normaldehnungen, die auf zwei beliebig orientierte DMS in einem gleichförmigen Dehnungsfeld einwirken, ist proportional der Schubdehnung entlang der Winkelhalbierenden zwischen diesen beiden DMS, ungeachtet des Winkels zwischen ihnen.

Sind die beiden DMS im rechten Winkel zueinander orientiert, wird der Nenner in Gleichung (7) gleich 1, und die Schubdehnung entlang der Winkelhalbierenden ist numerisch gleich der Differenz der Normaldehnungen. Also stellt eine konventionelle 90°-T-Rosette eine ideale Schub-Halbbrücke dar, weil die erforderliche Subtraktion $\epsilon_1 - \epsilon_2$ durch die Halbbrückenschaltung der beiden Gitter in benachbarten Brückenverzweigen automatisch ausgeführt wird. Eine Schub-Vollbrücke (mit dem doppelten Ausgangssignal) besteht dann aus 4 DMS, wie in Abb. 4b gezeigt. Die DMS-Rosetten können verschiedene geometrische Konfigurationen haben, einschließlich der beiden in der Abbildung dargestellten Ausführungen in Kreuzform oder in Kompaktgeometrie.

Hauptdehnungen

Man darf nicht vergessen, dass bei den oben beschriebenen Schub-Brückenschaltungen die Schubdehnung immer entlang der Winkelhalbierenden jedes Paares von DMS-Achsen in benachbarten Brückenverzweigen gemessen wird. Es ist so nicht möglich die maximale Schubdehnung oder den gesamten Dehnungszustand aus jeder Kombination von DMS-Ausgangssignalen zu bestimmen, ohne dass die Orientierung der DMS-Gitterachsen relativ zur Richtung der Hauptdehnungen bekannt ist. Allgemein gesagt, kann eine 3-Element-Rechtwinkel-Rosette eingesetzt werden, wenn die Hauptdehnungsrichtungen unbekannt sind.

Die Messung ebener Schubzustände mit DMS

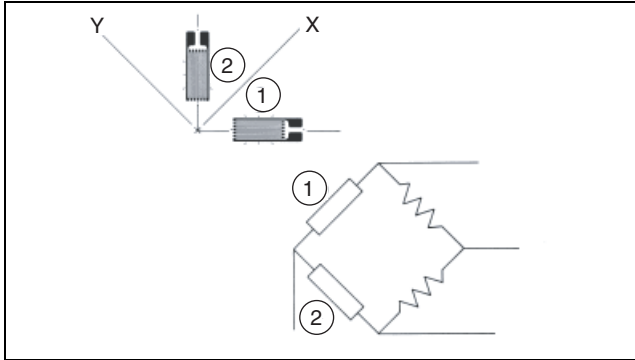


Abb. 4a - 90°-T-Rosette zur direkten Anzeige der Schubdehnung γ_{xy}

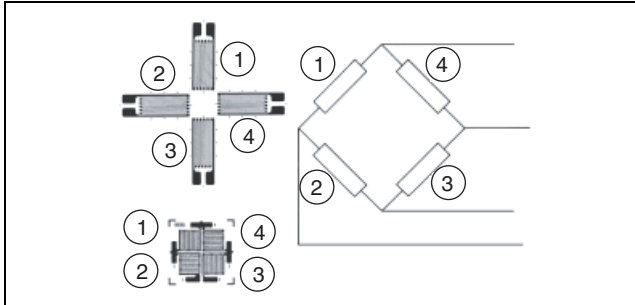


Abb. 4b - Schub-Vollbrücke

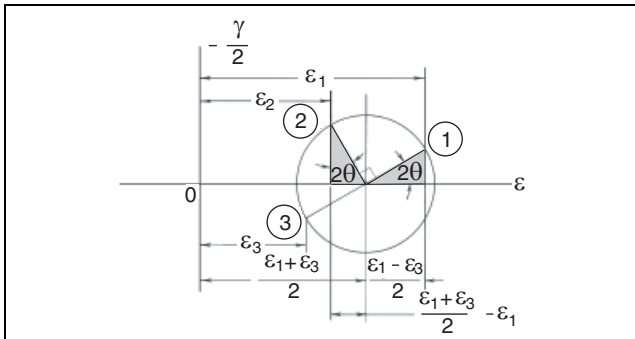


Abb. 5 - Mohr'scher Dehnungskreis für die Bestimmung der maximalen Schubdehnung

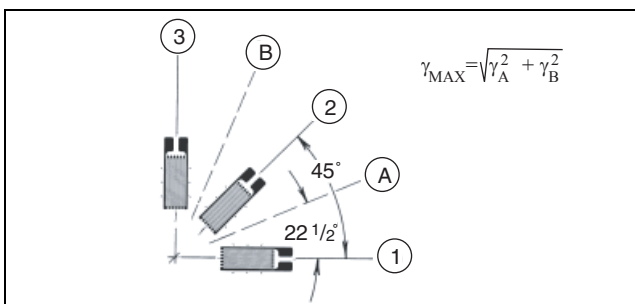


Abb. 6 - 3-Element-Rechtwinkel-Rosette zur Bestimmung der Schubdehnungen γ_A und γ_B in den Richtungen A und B.

Aus dem Mohr'schen Dehnungskreis (Abb. 5) geht offensichtlich hervor, dass die beiden schattierten Dreiecke für eine 3-Element-Rechtwinkel-Rosette immer identisch sind und damit die maximale Schubdehnung gleich der vektoriellen Summe der Schubdehnung entlang jeglicher zwei Achsen sind, die auf einer gedehnten Oberfläche 45° zueinander orientiert sind. Betrachtet man die 3-Element-Rosette in Abb. 6, bemerkt man, dass die Schubdehnungen entlang der Winkelhalbierenden zwischen den DMS-Paaren 1-2 und 2-3 tatsächlich 45° auseinander liegen und so für die maximale Schubdehnung geschrieben werden kann:

$$\gamma_{MAX} = \sqrt{\gamma_A^2 + \gamma_B^2}$$

und unter Einbeziehung von Gleichung (7)

$$\gamma_{MAX} = \sqrt{\left(\frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{\sin 45^\circ}\right)^2 + \left(\frac{\epsilon_2 - \epsilon_3}{\sin 45^\circ}\right)^2}$$

oder

$$\gamma_{MAX} = \sqrt{2} \sqrt{(\epsilon_1 - \epsilon_2)^2 + (\epsilon_2 - \epsilon_3)^2} \quad (8)$$

und wiederum, aus dem Mohr'schen Dehnungskreis abgeleitet, sind die Haupt-Normaldehnungen offenbar

$$\epsilon_p, \epsilon_q = \frac{\epsilon_1 + \epsilon_3}{2} \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\epsilon_1 - \epsilon_2)^2 + (\epsilon_2 - \epsilon_3)^2} \quad (9)$$

Korrektur für die Querdehnungsempfindlichkeit

Bis zu diesem Punkt sind die Effekte der Querdehnungsempfindlichkeit auf die angezeigten Schubdehnungswerte ignoriert worden. Eine Korrektur für diese Effekte ist jedoch besonders einfach, wenn alle Messgitter der eingesetzten T-Rosetten oder 3-Element-Rechtwinkel-Rosetten die gleiche Querdehnungsempfindlichkeit haben. In solchen Fällen besteht die Korrektur lediglich aus einer Multiplikation der angezeigten Schubdehnungswerte mit dem Faktor $(1 - \nu_0 K_t)/(1 - K_t)$, wobei K_t der allen Gittern gemeinsame Wert der Querdehnungsempfindlichkeit ist und ν_0 die Querdehnungszahl (Poisson'sche Zahl) des Probenmaterials, auf dem der DMS-Hersteller den K-Faktor der DMS bestimmt hat. Haben die Rosettengitter keine gleiche Querdehnungsempfindlichkeit, ist der entstehende Fehler eine Funktion des Dehnungsfelds, und die angezeigte Dehnung jedes Messgitters muss separat korrigiert werden. Die Korrekturbeziehungen dafür finden sich in der TechNote TN-509 "Fehler aus der Querdehnungsempfindlichkeit von DMS".

Die Messung ebener Schubzustände mit DMS

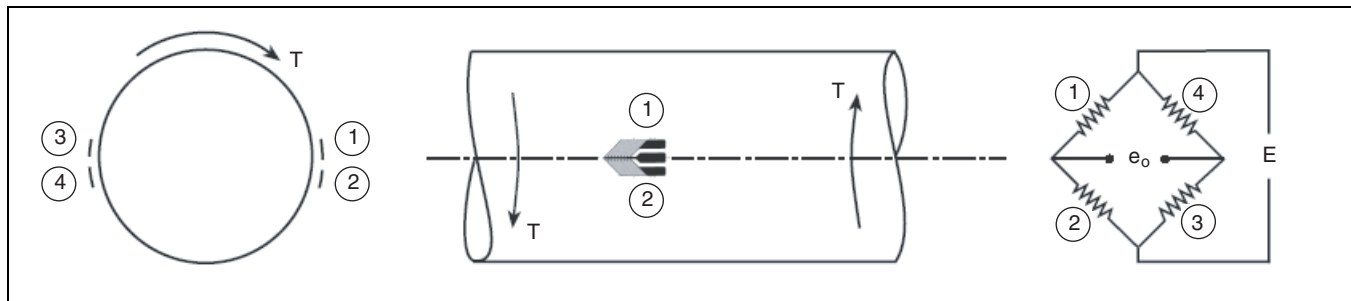


Abb. 7 - Drehmomentaufnehmer auf der Basis von Schubdehnungsmessung auf einer Welle.

Anwendungen

Die Anwendungsbereiche für Schubdehnungsmessungen können entsprechend der Werkstoffarten (isotrop oder orthotrop), auf denen die Messungen durchgeführt werden, in zwei Kategorien eingeteilt werden. Als Regel gilt die gleiche Kategorisierung der Anwendungen hinsichtlich des Zwecks der Messungen. Im Falle von Werkstoffen, die als isotropisch betrachtet werden können (z. B. technische Konstruktionswerkstoffe), ist der Zweck der Schubdehnungsmessung üblicherweise die Größenbestimmung einer aufgetragenen Schub/Scherspannung oder -belastung. Im Kontrast dazu werden Schubdehnungsmessungen auf Materialien wie Holz oder unidirektional faserverstärkten Plastikwerkstoffen (orthotrope Materialien) meistens durchgeführt, um Materialeigenschaften zu bestimmen, nämlich den Schubmodul.

Ein Beispiel für die Schubdehnungsmessung auf Metallen ergibt sich bei Untersuchungen zum Ausbeulverhalten. Werden dünne Platten aus Stahl oder Aluminiumlegierungen mit Schubkräften belastet, gibt es gewöhnlich eine kritische Last, bei der das Material ausbeult und sich eine oder mehrere wellenförmige Verformungen bilden, die im Allgemeinen parallel zur Hauptspannungsrichtung verlaufen. Bei vergleichenden Studien bezüglich der relativen Vorzüge verschiedener Konstruktionslösungen werden gemeinhin DMS-Rosetten nahe der Mitte der Platte installiert, um maximale Schubspannungen zu bestimmen, die die Platte aushält, bis es zum Ausbeulen kommt.

Eine häufigere Anwendung der Schubspannungsmessung auf Metallen manifestiert sich im Drehmomentaufnehmer. Eine zylindrische Welle unter Torsionsbelastung ist im Wesentlichen ein reiner Schubdehnungsfall, und die aufgetragene Torsion kann ohne Weiteres mit zwei diametral gegenüber installierten T-Rosetten bestimmt werden. Dabei werden die Rosetten so orientiert, dass die Gitterachsen unter 45° zur Wellenachse stehen. Gewöhnlich werden dazu speziell konfigurierte T-Rosetten (Abb. 7) herangezogen, die auch unter der Bezeichnung Torsionsrosetten bekannt sind. Werden die Rosetten zu einer Vollbrückenschaltung (Abb. 7) verbunden, ergibt sich ein für die vorhandene Torsionsdehnung (Schubdehnung) verdoppeltes Ausgangssignal bei gleichzeitiger Unempfindlichkeit gegen Biegung und Axiallasten.

Im Aufnehmerbau ergeben sich die meisten Anwendungen für Schub/Scherdehnungsmessungen beim sogenannten Scherbalken- oder Scherkraft-Aufnehmer. Dieser ist in Abb. 8 in seiner Funktionsweise schematisch dargestellt. Der Aufnehmer besteht aus einem kurzen, steifen Kragbalken mit symmetrisch eingebrachten Kavernen, deren Boden einen dünnen Steg unter Scherspannung darstellt. Auf beide Seiten des Stegs werden Torsionsrosetten installiert, deren Ausgangssignal proportional der vertikalen Schubkraftbelastung des Balkens ist. Da die vertikale Schubkraft entlang des Balkens notwendigerweise konstant ist, ist das Aufnehmerausgangssignal im Wesentlichen unabhängig von der Position der Lasteinleitung entlang der Balkenlänge. Die T-Rosetten sind zur Vollbrücke verbunden (Abb. 8), um das Ausgangssignal unempfindlich gegen Seitenkräfte oder nicht-axialen Kräfteinleitungen zu machen.

Die Messung ebener Schubzustände mit DMS

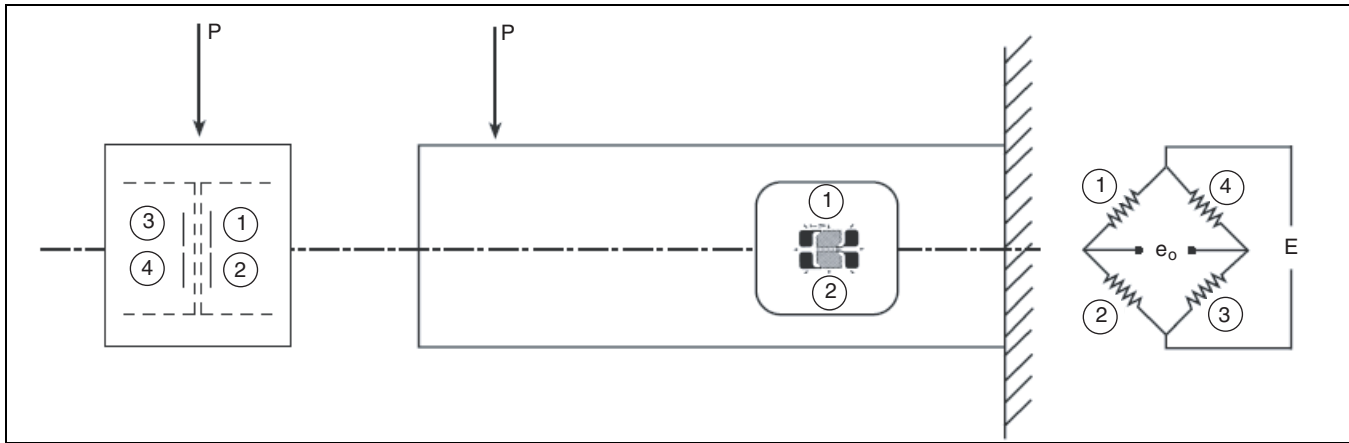


Abb. 8 - Schematische Darstellung eines Scherkraftaufnehmers

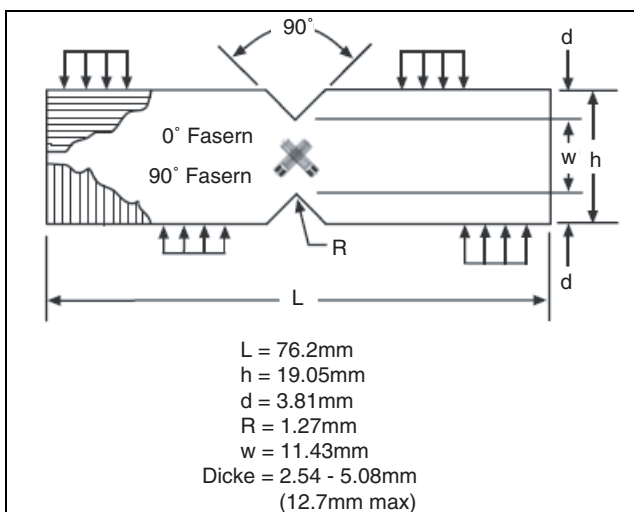


Abb. 9 - V-gekerbte Iosipescu-Probe zur Messung des Schubmoduls

Eine experimentelle Bestimmung des Schubmoduls von Metallen ist unüblich, da diese Materialeigenschaft mittels der Formel $G = E/[2(1 + \nu)]$ mit hinreichender Genauigkeit berechnet werden kann. Bei orthotropen Werkstoffen ist jedoch der Schubmodul ein unabhängiger Werkstoffkennwert, der für verschiedene Materialien jeweils neu gemessen werden muss. Die dazu gebräuchliche Prozedur besteht im Erstellen einer Probengeometrie und eines Belastungssystems mit dem Ziel, entsprechend der Werkstoffhauptrichtungen einen reinen Schubspannungszustand herzustellen. Auf beiden Seiten der Probe werden T-Rosetten installiert, um die Scherdehnung (γ) unter Last zu bestimmen. Die korrespondierende Scherspannung (τ) erhält man dann durch dividieren der gemessenen Belastung durch die unter Schublast stehenden Querschnittsfläche der Probe. Der Schubmodul wird dann berechnet zu

$G_{12} = \tau_{12}/\gamma_{12}$. Die Indizes 1-2 beziehen sich auf die Werkstoffhauptrichtungen.

Obwohl vielerlei verschiedene Methoden zur Schubmessung auf Kompositen angewandt worden sind, wird die Iosipescu-Methode weitgehend favorisiert; sie ist Gegenstand des ASTM-Standards D 5379. Der Standard spezifiziert die Messung der Schubdehnung mit T-Rosetten, die auf der horizontalen Mittellinie der Probe installiert sind, und die Schubspannung wird berechnet mit der Division der Last durch die Probenquerschnittsfläche zwischen den V-Kerben. Nun ist aber nachgewiesen worden, dass die Schubspannungsverteilung zwischen den Kerben alles andere als gleichförmig ist. Dazu kommt, dass die Ungleichförmigkeit der Schubspannungsverteilung sich selbst noch stark ändert, je nachdem, ob die Längsachse der Probe mit der Werkstoffhauptrichtung übereinstimmt oder orthogonal dazu steht (0° - oder 90° -Probe). Daraus ergibt sich für jeden Fall, dass der errechnete Schubmodul mit einem unterschiedlichen empirischen Korrekturfaktor angepasst werden muss.

Per Definition ist der Mittelwert der wirklichen Schubspannung zwischen den Kerbgründen gleich der aufgebrachtten Last, dividiert durch die Querschnittsfläche. Würde der Mittelwert der Schubdehnung im gleichen Bereich gemessen werden, kann der wahre Schubmodul des Werkstoffs direkt erhalten werden, ohne dass Korrekturfaktoren benötigt werden. Das Ausgangssignal eines jeden DMS gibt aber nur den Mittelwert der Dehnung unter seinem Messgitter wieder. Also ist die entsprechende T-Rosette für die Iosipescu-Probe eine solche, welche die gesamte Distanz zwischen den Kerbgründen der Probe überdeckt, wie in Abb. 10 dargestellt. Werden diese speziellen Scher-DMS von Vishay Micro-Measurements (Baumuster C032 und C085) bei der Iosipescu-Probe eingesetzt, ist für die 0° - und 90° -Probe der festgestellte Schubmodul gleich (ohne Korrekturfaktoren genutzt zu haben), so, wie es entsprechend der Mechanikgesetze für orthotrope Materialien sein sollte.

Die Messung ebener Schubzustände mit DMS

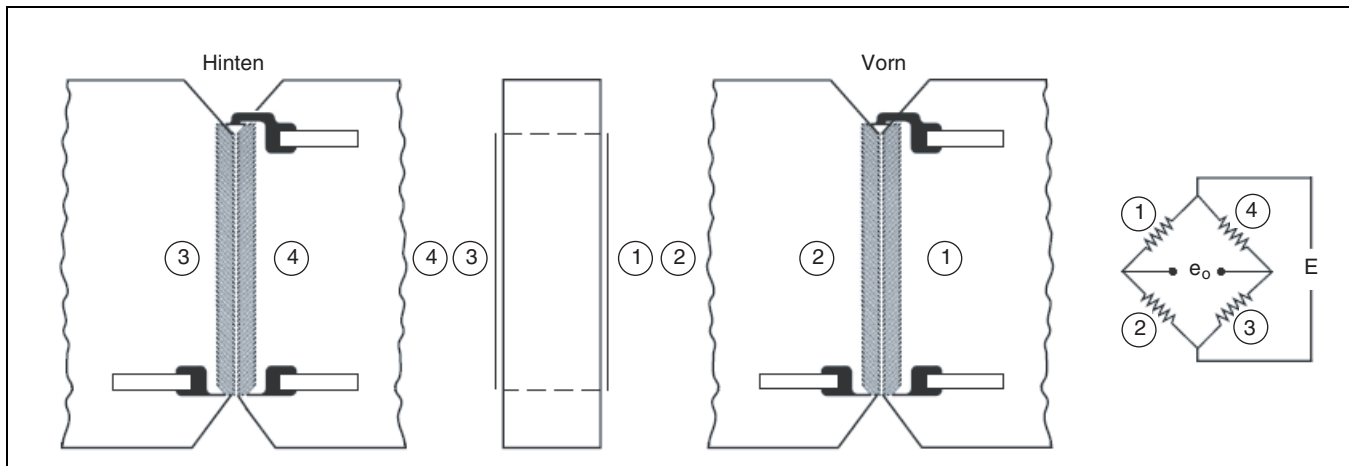


Abb. 10 - Iosipescu-Probe mit Scherrosetten auf der Vorder- und Rückseite.

Hinweise und Methodengrenzen

Da Schubdehnungsmessungen prinzipiell zur gleichen Kategorie wie Normaldehnungsmessungen gehören, erfordern akkurate Ergebnisse die gleiche Sorgfalt und Beachtung der notwendigen Details. Bei der Bestimmung von Schubdehnungen oder der Analyse von DMS-Rosettendaten kommen jedoch einige weitere Überlegungen hinzu. Die mathematischen Zusammenhänge für die Auswertung solcher Daten sind von den Dehnungstransformationsgleichungen [Gleichungen (2) und (3)] abgeleitet, welche wiederum auf der Theorie "kleiner Dehnungen" basieren. Die genannten Gleichungen sind nur genau für infinitesimale Dehnungen, entsprechen aber den Genauigkeitsanforderungen typischer Dehnungsmessungen an metallischen Bauteilen, bei denen die Dehnungen normalerweise kleiner als 1% sind. Bei Plastikwerkstoffen und Kompositen aber mag man höheren Dehnungen begegnen, und die Beziehungen zur Auswertung von DMS-Rosettendaten werden bei zunehmenden Dehnungen von über 1% zunehmend ungenauer.

Eine andere Überlegung betrifft die Gleichförmigkeit des Dehnungsfelds in dem Bereich, der durch die Rosette abgedeckt wird. Dieser Bereich ist notwendigerweise größer, als der, welcher durch ein Einzelgitter gleicher Messlänge abgedeckt wäre. Für typische Zwecke der Spannungsanalyse (z. B. zur Bestimmung der Spannung an einem Punkt in einem homogenen Werkstoff) sollte der Dehnungszustand unter der Rosette nahezu gleichförmig, also möglichst gradientenfrei sein. Zeigt das Dehnungsfeld eine beträchtliche Ungleichförmigkeit, sollte die Rosette relativ zum Dehnungsgradienten vergleichsweise klein sein, um eine zufriedenstellende Näherungslösung für eine punktförmige Dehnungsmessung zu erreichen. Diese Einschränkung ist dann irrelevant, wenn die integrierende oder Mittelwert bildende Wirkung des DMS-Messgitters für die darunter liegende Dehnung aus gutem Grund gewünscht ist, wie es für

den im vorher dargestellten Fall der Iosipescu-Probe gilt. Ebenso gilt grundsätzlich, dass für Dehnungsmessungen auf Kompositwerkstoffen die Rosettenabmessungen groß sein sollten im Vergleich zum Abstand der Inhomogenitäten im Material (z. B. Abstand der Verstärkungsfasern); nur so kann man zu einer genauen Bestimmung des makroskopischen Dehnungszustands gelangen.

Da sich die Bestimmung der Schub/Scher-Dehnung aus 2 oder 3 Normaldehnungsmessungen ergibt, muss immer sicher gestellt werden, dass die angezeigte Schubdehnung frei ist von Einflüssen aus nicht scherenden Belastungen, also Biegung, Verdrehung, axiale Lasten und dergl. Diese Forderung kann üblicherweise befriedigt werden, wenn hinsichtlich ihrer Geometrie symmetrische Messobjekte und Probenformen vorliegen. Bei Schubdehnungsproben ist es z. B. unerlässlich, die Rosetten auf beide Seiten der Probe auf die jeweils korrespondierenden Messpunkte zu installieren. Wenn die Rosetten dann in der Wheatstone-Brücke so verschaltet werden wie in Abb. 10 gezeigt, bewirkt die Brückenschaltung, dass Dehnungen aus der Ebene aufgrund von Biegung, Verdrehung etc. sich herauskompensieren. Ein derartiges Eliminieren von unerwünschten Dehnungskomponenten, geschehend innerhalb der Brückenschaltung, ist gängige Praxis beim Bau von Messwertaufnehmern (siehe Abb. 7 und 8). Diese der Brückenschaltung eigene Möglichkeit der Entfernung unerwünschter Dehnungskomponenten sollte jedoch keinesfalls eine gute, richtungsgenaue Lasteinleitung ersetzen. Geht man ins Extrem, können sich Schubdehnungen sogar bei vorherrschend nichtaxialen Lasten bestimmen lassen. Um allerdings bestmögliche Genauigkeiten zu erreichen, ist eine Probenbelastung genau in Richtung der Zentralachse immer vorzuziehen.