

DMS-Rosetten

- Auswahl, Anwendung und Datenauswertung

1.0 Einführung

Eine DMS-Rosette ist, per Definition, eine Anordnung von zwei oder mehr nahe beieinanderliegender DMS-Gitter unterschiedlicher Ausrichtung zur Messung der Normaldehnungen auf der sich darunter befindlichen Oberfläche eines Messobjekts. DMS-Rosetten erfüllen innerhalb der experimentellen Spannungsanalyse eine sehr praktische und wichtige Aufgabe. Es ist nachweisbar, dass für den häufig vorkommenden Fall eines zweiachsigen Spannungszustands, dessen Hauptrichtungen unbekannt sind, drei voneinander unabhängige Dehnungsmessungen in verschiedenen Richtungen erforderlich sind, um die Hauptdehnungen und -spannungen zu bestimmen. Aber selbst wenn die Hauptrichtungen bekannt sind, werden immer noch zwei voneinander unabhängige Dehnungsmessungen benötigt, um die Hauptdehnungen und -spannungen zu erhalten.

Um diesen genannten Bedingungen gerecht zu werden, stellt die Micro-Measurements Division der Vishay Micro-Measurements drei Grundtypen von DMS-Rosetten her, wobei jede für sich in vielen verschiedenen Ausführungen vorliegt:

- **"T"-Rosette:** Zwei senkrecht zueinanderstehende Gitter.
- **45°-Rechtwinkel-Rosette:** Drei Gitter, wobei das zweite und dritte Gitter unter 45° bzw. 90° zum ersten Gitter ausgerichtet sind.
- **60°-Delta-Rosette:**¹⁾ Drei Gitter, wobei das zweite und dritte Gitter unter 60° bzw. 120° zum ersten Gitter ausgerichtet sind.

Repräsentative Ausführungen der drei Rosetten-Arten sind in Abb. 1 dargestellt.

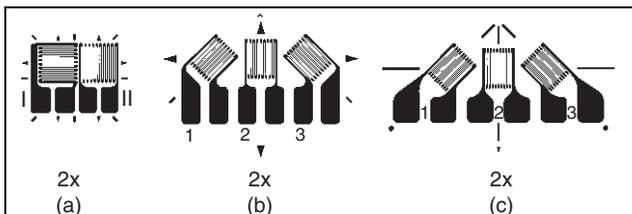


Abb. 1 - Die Rosetten-Grundtypen, klassifiziert nach Orientierungsrichtungen der Gitter:

- "T"-Rosette,
- 45°-Rechtwinkel-Rosette,
- 60°-Delta-Rosette

¹⁾ Die Bezeichnung "Delta"-Rosette leitet sich aus der Möglichkeit her, die Gitter so zu plazieren, dass sie die Form eines gleichseitigen Dreiecks, also eines großen Delta (Δ) des griechischen Alphabets annehmen.

Ebenso wie Linear-DMS mit einem Messgitter, werden auch Rosetten mit verschiedenen Kombinationen von Gitterlegierungen und Trägerfolien hergestellt, um den verschiedensten Anwendungsanforderungen zu begegnen. Sie werden außerdem in einer großen Anzahl unterschiedlicher Gitterlängen gefertigt, wobei die angegebenen aktiven Gitterlängen immer diejenigen der individuellen Messgitter innerhalb einer Rosette sind. Wie aus Abb. 2 ersichtlich, können Rechtwinkel- und Delta-Rosetten in geometrisch verschiedenen Formen ausgeführt werden, die jedoch funktionell gleichwertig sind. Richtlinien zum Heraussuchen der passendsten Rosette für eine gegebene Anwendung werden in **Abschnitt 2.0** präsentiert, in welchem Überlegungen zur Rosettenwahl diskutiert werden.

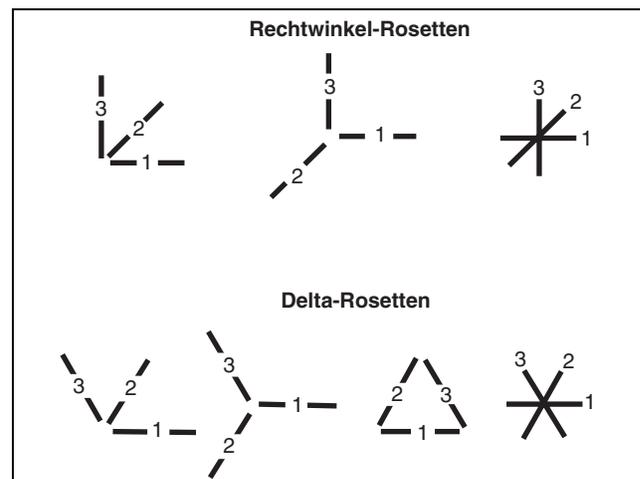


Abb. 2 - Geometrisch unterschiedliche, jedoch funktionell gleichwertige Ausführungen von Rechtwinkel- und Delta-Rosetten

Aus der Tatsache, dass in Konstruktionsteilen aller Art zweiachsige Spannungszustände sehr häufig vorkommen, mag geschlossen werden, dass die Hälfte (oder mehr) der in der experimentellen Spannungsanalyse eingesetzten Dehnungsmessstreifen *Rosetten* wären. Dieses scheint in der Praxis jedoch nicht der Fall zu sein. Und wenn man von einer Größenordnung der eingesetzten Rosetten von zehn Prozent oder sogar noch weniger ausgeht, könnte das der Realität näherkommen. Bis zu welchem Grad damit eine Neigung der Anwender reflektiert wird, einzelne Linear-DMS in Form von Rosetten zu installieren oder damit eine äußerst bedenkliche Tendenz zum Ausdruck

DMS-Rosetten

- Auswahl, Anwendung und Datenauswertung

kommt, von vornherein einachsige Spannungszustände anzunehmen, bleibt eine offene Frage. Auf jeden Fall kann keine dieser beiden Praktiken empfohlen werden, wenn es gilt, eine einigermaßen genaue Bestimmung von Hauptdehnungen und -spannungen vorzunehmen.

Es muss verstanden werden, dass die Anwendung von DMS-Rosetten zur Bestimmung der Hauptdehnungen in vielen Fällen zwar eine *notwendige* Bedingung, aber zur Erlangung guter Genauigkeiten noch keine *hinreichende* Bedingung ist. Genügendes Wissen bei der Auswahl und der Anwendung von Rosetten ist für ihren erfolgreichen Einsatz in der experimentellen Spannungsanalyse unerlässlich, und die in dieser TechNote enthaltenen Informationen sollen dem Anwender helfen, Hauptdehnungen mit zuverlässiger Genauigkeit zu bestimmen.

2.0 Die Auswahl von DMS-Rosetten

Umfassende allgemeine Richtlinien zur Auswahl von DMS unserer Micro-Measurements Division werden in einer anderen TechNote der Vishay Micro-Measurements gegeben (s. *Referenz 1* auf Seite 10). Diese Publikation sollte zuerst zu Rate gezogen werden, wenn es für einen gegebenen Anwendungsfall um Empfehlungen zur richtigen Gitterlegierung, dem entsprechenden Trägermaterial, der Temperatur-Selbst-Kompensation, der aktiven Gitterlänge und um andere wichtige DMS-Charakteristika geht. Zusätzlich zu diesen genannten Grundparametern, die sowieso bei der Auswahl eines jeden DMS berücksichtigt werden müssen, spielen bei der Auswahl von Rosetten zwei weitere Parameter eine wichtige Rolle. Es sind dies: 1. der Rosetten-Typ, also "T"-Rosette, Rechtwinkel- oder Delta-Rosette sowie 2. der Rosetten-Aufbau, also Planar-Rosette (Messgitter liegen nebeneinander auf einer Ebene) oder gekreuzte Rosette (Messgitter liegen übereinandergestapelt).

"T"-Rosetten sollten nur eingesetzt werden, wenn die Hauptdehnungsrichtungen aufgrund vorhergehender Überlegungen bekannt sind. Zylindrische Druckkessel oder Wellen unter Torsionsbeanspruchung sind dafür zwei klassische Beispiele. Allerdings ist auch hier große Vorsicht geboten, da einwirkende Fremdspannungen wie Biegung, Axialspannungen und dergleichen die Hauptdehnungsrichtungen beeinflussen werden. Darüber hinaus ist klar, dass geometrische Irregularitäten wie Rippen, Bohrungen, Kerben oder Schultern in der Konstruktion die Hauptdehnungsrichtungen auch, zumindest lokal, ändern können. Die Fehlergrößen, die aufgrund von Richtungsfehlern relativ zur Hauptdehnungsrichtung bei der Positionierung von DMS entstehen können, werden in *Ref. 2* behandelt. Als Regel gilt, dass der Einsatz einer 3-Element-Rosette, ob 45°-Rechtwinkel- oder 60°-Delta-Rosette, auf jeden Fall vorzuziehen ist, wenn Unsicherheit über die Hauptdehnungsrichtungen besteht. "T"-Rosetten können auch so installiert werden, dass die beiden Gitterachsen nicht mit den Hauptdehnungsrichtungen übereinstimmen. Dann jedoch muss der Winkel zwischen Gitterachsen und Haupt-

dehnungsrichtungen präzise bekannt sein, und es müssen *die richtigen Beziehungen zur Datenauswertung* angewandt werden. Am Ende bleibt es aber dabei, dass mit einer "T"-Rosetten-Installation, bei der die Richtungen der Gitterachsen mit den Hauptdehnungsrichtungen übereinstimmen, die genauesten Ergebnisse erzielbar sind. In solchen Fällen werden die beiden Gitterelemente der "T"-Rosette - eine Korrektur für die Querdehnungsempfindlichkeit vorausgesetzt - direkt die beiden Hauptdehnungen anzeigen.

Sind die Hauptdehnungsrichtungen nicht oder nur mit ungenügender Genauigkeit bekannt, ist immer eine 3-Element-Rechtwinkel- oder Delta-Rosette erforderlich, und eine solche Rosette kann ohne Rücksicht auf irgendwelche Richtungsorientierungen der Gitter installiert werden. Die in **Abschnitt 4.0** dargestellten Beziehungen zur Datenauswertung ergeben dann nicht nur die beiden Hauptdehnungsgrößen, sondern auch die Hauptdehnungsrichtungen, bezogen auf die Richtung eines Referenzgitters (Gitter 1) der Rosette. Ob eine Rechtwinkel- oder eine Delta-Rosette gewählt wird, bedeutet funktionsmäßig keinen großen Unterschied. Da die Gitter einer Delta-Rosette mit 120° Abstand zueinander in einem Kreis am gleichmäßigsten verteilt sind, besteht Grund zu der Annahme, dass damit innerhalb eines gedachten Dehnungsfeldes mit einer wie immer gearteten Dehnungsverteilung die Dehnung in optimaler Weise erfasst wird. Historisch gesehen waren Rechtwinkel-Rosetten die populäreren der beiden 3-Element-Rosetten-Konfigurationen, in der Hauptsache deswegen, weil die zugehörigen Auswertgleichungen etwas einfacher sind. In der heutigen Zeit, in der fast überall die Möglichkeit einer computergestützten Datenauswertung besteht, hat dieser kleine Vorteil der Rechtwinkel-Rosette praktisch keine Bedeutung mehr. In der alltäglichen Realität wird deswegen die Auswahl des einen oder anderen Rosettentyps eher von vorliegenden Anwendungsbedingungen bestimmt sein, also zum Beispiel von Verfügbarkeit (Lagerhaltung und Lieferzeit), Größe der Installationsfläche, Arrangement der Anschluss-Lötfahnen und dergleichen mehr.

Alle drei Rosetten-Grundtypen, also die "T"-Rosette, die 45°-Rechtwinkel- und die 60°-Delta-Rosette, werden sowohl in planarer als auch in gekreuzter Version gefertigt. Wie in *Abb. 3* für die Rechtwinkel-Rosette angedeutet, werden die planaren Versionen im Ganzen aus der dehnungsempfindlichen Metallfolie geätzt, sodass alle Gitter in einer Ebene liegen. Bei den gekreuzten Rosettenversionen werden die zwei oder drei Gitter in korrekter Richtungspositionierung übereinandergelaminert. Liegen in der Ebene der Messobjekttoberfläche keine allzu schwerwiegenden Dehnungsgradienten vor, wählt man normalerweise Planar-Rosetten für die Messung. In solchen Fällen bietet diese Rosettenausführung folgende Vorteile.

- Sie ist dünn, flexibel und somit gekrümmten Oberflächen besser anpassbar.

DMS-Rosetten - Auswahl, Anwendung und Datenauswertung

- Der Versteifungseffekt ist minimiert.
- Sie bietet bessere Wärmeableitung in das Messobjekt.
- Sie ist in allen Standard-DMS-Formaten verfügbar und im Allgemeinen mit allen angebotenen Optionen.
- Sie besitzt optimale Stabilität.
- Sie gibt dem Anwender maximalen Freiraum bezüglich Verdrahtung und Kabelführung.

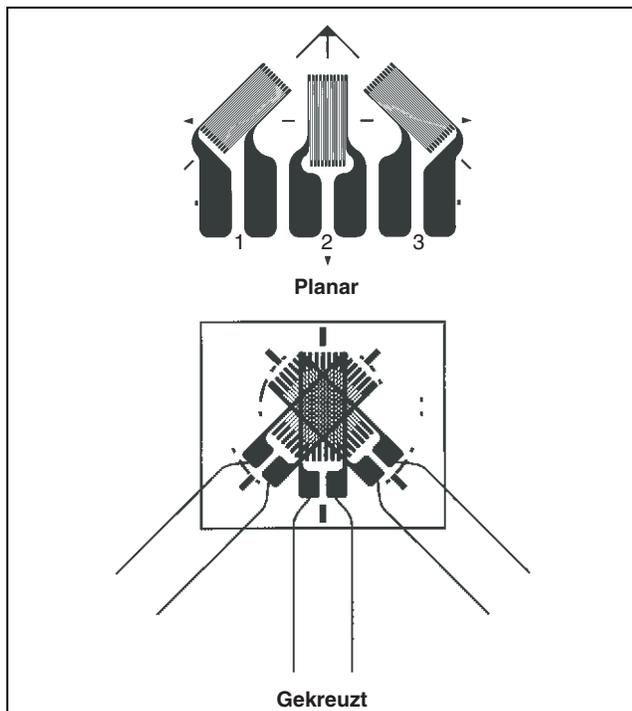


Abb. 3 - 45°-Rechtwinkel-Rosette mit gleicher aktiverer Gitterlänge in planarer und gekreuzter Ausführung

Der Hauptnachteil planarer Rosettenausführungen liegt darin, dass von den dehnungsempfindlichen Bereichen der Rosetten größere Flächen des Messobjekts abgedeckt werden. Sind am Messobjekt also die Platzverhältnisse beschränkt, mag eine gekreuzte Rosette auf einen Bereich passen, für den die planare Ausführung zu groß wäre. Wichtiger ist in diesem Zusammenhang die Überlegung, dass bei Vorhandensein eines steilen Dehnungsgradienten am Messplatz die über eine größere Fläche verteilten individuellen Gitter einer Planar-Rosette vollkommen unterschiedliche Dehnungsfelder und Dehnungsgrößen erfassen würden. Bei gegebener aktiver Gitterlänge nimmt eine gekreuzte Rosette die kleinstmögliche Fläche ein, und die geometrischen Zentren jedes Gitters liegen exakt über dem gleichen Oberflächenpunkt des Messobjekts. Damit kommt die gekreuzte Rosette der Idealforderung nach einer punktförmigen Messung natürlich näher. Hinzuzufügen ist noch, dass die Einzelgitter der gekreuzten Rosette alle den gleichen K-Faktor und die gleiche Querdehnungsempfindlich-

keit besitzen, während bei der planaren Ausführung für diese Parameter, wegen ihrer Abhängigkeit von der Walzrichtung der Gitterfolie, mit kleinen Unterschieden gerechnet werden muss. Natürlich sind die Unterschiede in den genannten technischen Spezifikationen auf den die DMS begleitenden Datenblättern genau dokumentiert.

Der Anwender muss sich andererseits darüber im klaren sein, dass gekreuzte Rosetten merklich steifer ausfallen und gekrümmten Oberflächen weniger gut anformbar sind, als das bei ihren planaren Gegenstücken der Fall ist. Und da der Wärmeleitweg vom oberen Gitter einer gekreuzten Rosette zur Messobjektfläche viel länger ist, kann das Wärmeableitungsproblem kritischer werden, besonders, wenn die Rosetten auf ein Material schlechter Wärmeleitfähigkeit installiert sind. Zieht man also die schlechtere Wärmeableitung und den höheren Versteifungseffekt von gekreuzten Rosetten in Betracht, dann mögen sie für Messungen auf Kunststoffen oder anderen nichtmetallischen Werkstoffen nicht unbedingt die beste Wahl darstellen. Außerdem können gekreuzte Rosetten, appliziert auf dünne Bauteile, die sich unter Biegebelastung befinden, zu fehlerhaften Dehnungsanzeigen führen, da sich das obere Gitter immerhin 0,11 mm über der Messobjektfläche befinden kann. Zusammenfassend kann man also sagen, dass gekreuzte Rosetten nur dann gewählt werden sollten, wenn begrenzte Platzverhältnisse an der Messstelle ihren Einsatz unumgänglich machen.

3.0 Nummerierung der Messgitter

Der Begriff "Nummerieren" bezieht sich im vorliegenden Zusammenhang auf die Nummerische (oder wenn man will, alphabetische) Reihung, mit der die individuellen Messgitter einer Rosette während der Messung identifiziert werden und mit der sie in die Beziehungen zur Datenauswertung (s. **Abschnitt 4.0**) eingesetzt werden. Entgegen weitverbreiteter Ansicht ist die Frage der Messgitter-Nummerierung von durchaus weitreichender Bedeutung. In der Tat ist sie die Grundlage einer sachgerechten und vollständigen Interpretation jeder DMS-Rosetten-Messung (*Ref. 3*). Bei jeder 3-Element-Rosette kann zum Beispiel jede Fehlinterpretation der Gitterreihung bzw. Gitternummerierung (im Uhrzeigersinn oder dagegen) zu falschen Resultaten für die Hauptdehnungsrichtungen führen; im Fall der 45°-Rechtwinkel-Rosette sogar zu vollständig falschen Hauptdehnungsgrößen und -richtungen. Diese Fehler ergeben sich, wenn der Anwender eine Nummerierung benutzt, die von derjenigen abweicht, die in der Ableitung zu den Beziehungen der Datenauswertung benutzt worden ist.

Um mit den in **Abschnitt 4.0** sowie im **Anhang** gegebenen Beziehungen korrekte Resultate zu erzielen, müssen die einzelnen Messgitter einer 3-Element-Rosette in einer ganz bestimmten Weise nummeriert werden. Bei einer 45°-Rechtwinkel-Rosette z. B. müssen die Gitter Nr. 1 und Nr. 3 immer diejenigen sein, welche senkrecht zueinander-

DMS-Rosetten - Auswahl, Anwendung und Datenauswertung

stehen. Jede andere Zählordnung wird zu falschen Hauptdehnungswerten führen. Hier nun die allgemeine Regel für eine richtige Gitternummerierung: Bei 3-Element-Rechtwinkel-Rosetten muss Gitter 2 unter 45° zu Gitter 1 liegen und Gitter 3 unter 90° zu Gitter 1, unter Beibehaltung der Drehrichtung. Das Gleiche gilt für die Delta-Rosette. Gitter 2 muss bei ihr unter 60° zu Gitter 1 liegen und Gitter 3 unter 120° bzw. 60° zu Gitter 2, respektive Gitter 1- wiederum so, dass die Drehrichtung beibehalten wird.

Im Prinzip kann die Regel sowohl für eine Nummerierung im Uhrzeigersinn als auch gegen ihn angewandt werden, solange die Reihenfolge richtig bleibt. Die Nummerierung gegen den Uhrzeigersinn ist jedoch vorzuziehen, da es akzeptierte Praxis ist, Winkelmessungen in Richtung des entgegengesetzten Uhrzeigersinns mit positivem Vorzeichen zu versehen. Die Rosettengitter der von der Micro-Measurements Division der Vishay Micro-Measurements hergestellten planaren Rechtwinkel- und Delta-Rosetten sind durch die Zahlen 1, 2 und 3 gekennzeichnet und entgegen dem Uhrzeigersinn durchnummeriert.¹⁾ Beispiele für die Gitternummerierung bei einigen repräsentativen Rosettenmustern werden in *Abb. 4* gegeben.

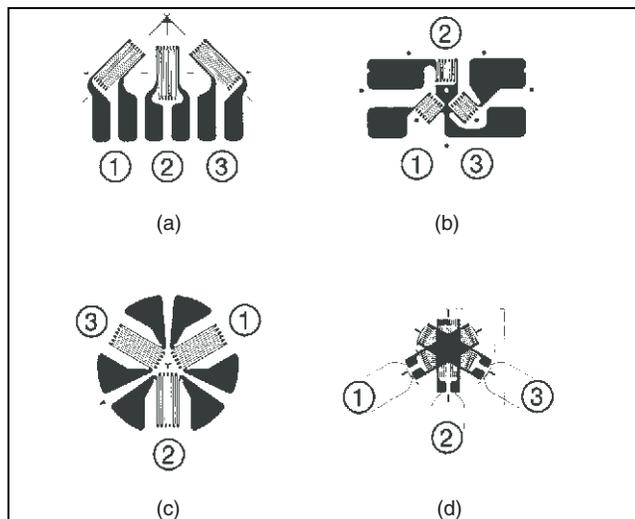


Abb. 4 - Nummerierung der Messgitter entgegen dem Uhrzeigersinn bei DMS-Rosetten der Vishay Micro-Measurements zur allgemeinen Anwendung

¹⁾ Die Vishay Micro-Measurements liefert auch spezielle Rosetten für die Bestimmung von Eigenspannungen mit der Bohrlochmethode. Weil dafür andere Gleichungen und Prozeduren zur Datenauswertung und Dateninterpretation zur Anwendung kommen, sind die Gitter dieser Rosetten im Uhrzeigersinn durchnummeriert, um sie von den Rosetten für die allgemeine experimentelle Spannungsanalyse zu unterscheiden.

²⁾ Der Mohr'sche Kreis in *Abb. 5* ist mit einer nach unten zeigenden positiven Schubdehnung gekennzeichnet. Damit wird erreicht, dass die positive Drehrichtung im Mohr'schen Kreis die gleiche bleibt wie bei der DMS-Rosette, nämlich entgegengesetzt dem Uhrzeigersinn. Gleichzeitig bleibt die übliche Vorzeichenkonvention für Schub erhalten (d. h. positive Schubdehnung korrespondiert mit einer Reduzierung des bei Normaldehnung ursprünglich vorhandenen rechten Winkels im Ursprung der X/Y-Koordinaten, s. *Abb. 5b*).

Auf den ersten Blick mag es scheinen, als ob die Gitter in den Beispielen im Uhrzeigersinn durchnummeriert wären, anstatt gegen den Uhrzeigersinn. Bei näherem Hinsehen bemerkt man jedoch, dass, wenn man die Gitter Nr. 2 gedanklich jeweils nur auf die entgegengesetzte Seite klappt, der oben aufgestellten Regel entsprochen wird, also tatsächlich in beiden Fällen eine Zählweise entgegen dem Uhrzeigersinn vorliegt. Aus produktionstechnischen Gründen sind die Gitter von gekreuzten Rosetten, wie sie die Vishay Micro-Measurements liefert, nicht nummeriert; der Anwender sollte sich bei ihrer Nummerierung also an die hier aufgestellten Regeln halten.

4.0 Hauptdehnungsgrößen und Hauptdehnungsrichtungen aus DMS-Rosetten-Messungen

Die Gleichungen zur Berechnung der Hauptdehnungen aus Rosettenmessungen werden von den Beziehungen der "Dehnungstransformation" abgeleitet. Diese Beziehung, die hier in ihrer einfachsten Form angewandt wird, drückt die Normaldehnung in jeder Richtung auf der Oberfläche eines Messobjekts aus, und zwar in der Form von zwei Hauptdehnungen und dem Winkel zwischen Hauptdehnungsrichtung und einer spezifizierten Dehnungsrichtung. Das ist am besten mithilfe des bekannten Mohr'schen Dehnungskreises vorstellbar, wie er in *Abb. 5* gezeigt wird.²⁾ Aus *Abb. 5a* ist ersichtlich (unter Beachtung der Tatsache, dass die Winkel im Mohr'schen Kreis das Doppelte der wirklichen Winkel auf dem Messobjekt betragen), dass die Normaldehnung unter jedem beliebigen Winkel θ , bezogen auf die Hauptdehnungsrichtung, ausgedrückt werden kann zu:

$$\epsilon_{\theta} = \frac{\epsilon_P + \epsilon_Q}{2} + \frac{\epsilon_P - \epsilon_Q}{2} \cos 2\theta \quad (1)$$

Abb. 5b repräsentiert eine kleine Fläche auf dem Messobjekt, auf die eine Rechtwinkel-Rosette installiert ist und zwar derart, dass Gitter 1 unter dem Winkel θ zu ϵ_P steht. Der Mohr'sche Kreis mit den Rosetten-Gitterachsen eingezeichnet, wird in *Abb. 5c* dargestellt.

Durch sukzessives Einsetzen der Winkel der drei Gitterrichtungen in Gleichung (1) kann die von jedem Gitter erfasste Dehnung so ausgedrückt werden:

$$\epsilon_1 = \frac{\epsilon_P + \epsilon_Q}{2} + \frac{\epsilon_P - \epsilon_Q}{2} \cos 2\theta \quad (2a)$$

$$\epsilon_2 = \frac{\epsilon_P + \epsilon_Q}{2} + \frac{\epsilon_P - \epsilon_Q}{2} \cos 2(\theta + 45^\circ) \quad (2b)$$

$$\epsilon_3 = \frac{\epsilon_P + \epsilon_Q}{2} + \frac{\epsilon_P - \epsilon_Q}{2} \cos 2(\theta + 90^\circ) \quad (2c)$$

DMS-Rosetten - Auswahl, Anwendung und Datenauswertung

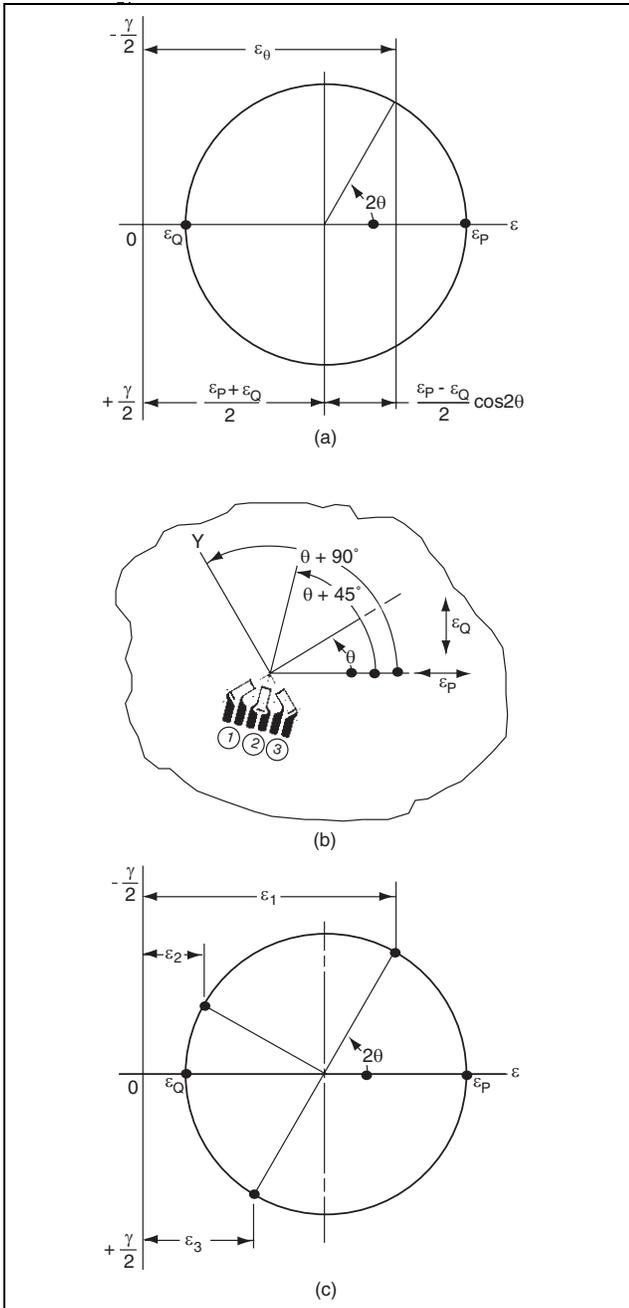


Abb. 5 - Dehnungstransformation von den Hauptdehnungen zu den Dehnungen in jeder Richtung:
a) ε_θ in Bezug auf die Hauptdehnungen ε_P und ε_Q , wie durch den Mohr'schen Dehnungskreis dargestellt;
b) Rechtwinkel-Rosette auf einer Probenoberfläche, Gitter 1 in einem beliebigen Winkel θ zur Richtung der größeren Hauptdehnung;
c) Gitterrichtungen der Rechtwinkel-Rosette im Mohr'schen Dehnungskreis.

Ist eine Rosette auf einem Messobjekt einem beliebigen Dehnungszustand ausgesetzt, sind die Veränderlichen auf der rechten Seite der Gleichungen (2) unbekannt. Die Dehnungen ε_1 , ε_2 und ε_3 aber können gemessen werden. Bei gleichzeitiger Lösung der Gleichungen (2) für die Unbekannten ε_P , ε_Q und θ können also die Hauptdehnungen und der Hauptdehnungswinkel mithilfe der drei gemessenen Dehnungen ausgedrückt werden. Das Resultat dieser Vorgehensweise kann so geschrieben werden:

$$\varepsilon_{P,Q} = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_3}{2} \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2} \quad (3)$$

$$\theta = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{\varepsilon_1 - 2\varepsilon_2 + \varepsilon_3}{\varepsilon_1 - \varepsilon_3} \right) \quad (4)$$

Sind die Rosettengitter richtig nummeriert, können die Hauptdehnungen mittels Gleichung (3) berechnet werden, indem man die gemessenen Dehnungen ε_1 , ε_2 und ε_3 einsetzt. Die in Gleichung (3) vorhandene Vorzeichenalternative ergibt die entsprechenden maximalen und minimalen Hauptdehnungen. Eine unzweideutige Bestimmung des Winkels mit Gleichung (4) bedarf jedoch einiger Interpretationen, wie im Folgenden beschrieben wird. Zunächst einmal stellt θ den spitzen Winkel zwischen der Hauptdehnungsrichtung und der Richtung des Referenzgitters dar, wie aus *Abb. 5* ersichtlich ist. In der experimentellen Praxis ist es jedoch einfacher und dem Vorstellungsvermögen entgegenkommender, wenn man θ als Winkel zwischen dem Gitter 1 und der Hauptdehnung definiert. Um also so den Richtungssinn des Winkels zu ändern, ist es lediglich erforderlich, das Vorzeichen in Gleichung (4) umzudrehen. Demnach:

$$\phi_{P,Q} = -\theta = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{2\varepsilon_2 - \varepsilon_1 - \varepsilon_3}{\varepsilon_1 - \varepsilon_3} \right) \quad (5)$$

Folgt man der dargestellten Nummerierungskonvention für die Rosettengitter, ergibt sich für die Richtung des spitzen Winkels aus den Gleichungen (4) und (5) immer eine dem Uhrzeigersinn entgegengesetzte, falls ein positives Vorzeichen vorliegt, und eine im Uhrzeigersinn, wenn ein negatives Vorzeichen herauskommt. Der einzige Unterschied ist, dass θ von der Hauptdehnungsrichtung zum Gitter 1 gemessen, während ϕ von Gitter 1 zur Hauptdehnungsrichtung gemessen wird. Da $\tan 2\phi = \tan 2(\phi + 90^\circ)$, kann sich der errechnete Winkel unglücklicherweise sowohl auf die eine als auch die andere der beiden Hauptspannungsrichtungen beziehen, woraus sich in Gleichung (5) für ϕ die Indizierung P und Q ableitet. Diese Zweideutigkeit kann für den Fall der Rechtwinkel-Rosette durch Anwendung der folgenden einfachen Regeln aufgelöst werden:

- Wenn $\varepsilon_1 > \varepsilon_3$, dann $\phi_{P,Q} = \phi_P$.
- Wenn $\varepsilon_1 < \varepsilon_3$, dann $\phi_{P,Q} = \phi_Q$.
- Wenn $\varepsilon_1 = \varepsilon_3$ und $\varepsilon_2 < \varepsilon_1$ dann $\phi_{P,Q} = \phi_P = -45^\circ$.
- Wenn $\varepsilon_1 = \varepsilon_3$ und $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$, dann $\phi_{P,Q} = \phi_P = +45^\circ$.
- Wenn $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3$, dann ist $\phi_{P,Q}$ unbestimmt, da ein hydrostatischer Dehnungszustand vorliegt.

DMS-Rosetten - Auswahl, Anwendung und Datenauswertung

Die Begründung, der die dargestellten Regeln unterliegen, wird deutlich, wenn man eine Skizze des entsprechenden Mohr'schen Kreises herstellt und wie in *Abb. 5c* die Rosetten-Gitterachsen einzeichnet. Eine ähnliche Technik, um eine richtige Interpretation des Winkels sicherzustellen, wird in Form eines Schritt-für-Schritt entwickelten Algorithmus in *Ref. 3* gegeben.

Die gezeigten Lösungsentwicklungen sind bis hierher auf Rechtwinkel-Rosetten angewandt worden. Für die Ableitung der Gleichungen zur Datenauswertung aus Delta-Rosetten kann jedoch in gleicher Weise vorgegangen werden (s. *Abb. 6*). Werden die entsprechenden Gitterwinkel θ , $\theta + 60^\circ$ und $\theta + 120^\circ$ nacheinander in Gleichung (1) eingesetzt, können die resultierenden Gleichungen wiederum gleichzeitig für die Hauptdehnungen und die Hauptdehnungsrichtung gelöst werden.

Also gilt für die Delta-Rosette:

$$\epsilon_{P,Q} = \frac{\epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3}{3} \pm \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\epsilon_1 - \epsilon_2)^2 + (\epsilon_2 - \epsilon_3)^2 + (\epsilon_3 - \epsilon_1)^2} \quad (6)$$

$$\theta = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left[\frac{\sqrt{3}(\epsilon_3 - \epsilon_2)}{2\epsilon_1 - \epsilon_2 - \epsilon_3} \right] \quad (7)$$

Wie im Fall der Gleichung (4) bezieht sich der mit Gleichung (7) errechnete Winkel θ auf den Versatz von Gitter 1 von der Hauptdehnungsrichtung. Der Winkelsinn kann wiederum dergestalt geändert werden, dass sein Vorzeichen umgedreht wird, um den Winkel von Gitter 1 zur Hauptdehnungsrichtung zu erhalten:

$$\phi_{P,Q} = -\theta = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left[\frac{\sqrt{3}(\epsilon_2 - \epsilon_3)}{2\epsilon_1 - \epsilon_2 - \epsilon_3} \right] \quad (8)$$

In jedem Fall aber [Gleichungen (4).(5).(7) und (8)] müssen die Winkel entgegen dem Uhrzeigersinn interpretiert werden, wenn sie positiv, und im Uhrzeigersinn, wenn sie negativ sind.

Gleichung (8) enthält bezüglich $\tan 2\phi$ und $\tan 2(\phi + 90^\circ)$ die gleiche Zweideutigkeit wie Gleichung (5). Allerdings kann diese Zweideutigkeit für die Delta-Rosette leicht aufgelöst werden, indem man die relativen Größen (algebraisch) der individuellen Dehnungsmesswerte miteinander vergleicht:

- a) Wenn $\epsilon_1 > \frac{\epsilon_2 + \epsilon_3}{2}$, dann $\phi_{P,Q} = \phi_P$.
- b) Wenn $\epsilon_1 < \frac{\epsilon_2 + \epsilon_3}{2}$, dann $\phi_{P,Q} = \phi_Q$.
- c) Wenn $\epsilon_1 = \frac{\epsilon_2 + \epsilon_3}{2}$ und $\epsilon_2 < \epsilon_1$, dann $\phi_{P,Q} = \phi_P = -45^\circ$.
- d) Wenn $\epsilon_1 = \frac{\epsilon_2 + \epsilon_3}{2}$ und $\epsilon_2 > \epsilon_1$, dann $\phi_{P,Q} = \phi_P = +45^\circ$.
- e) Wenn $\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon_3$, dann ist $\phi_{P,Q}$ unbestimmt, weil ein

hydrostatischer Dehnungszustand vorliegt.

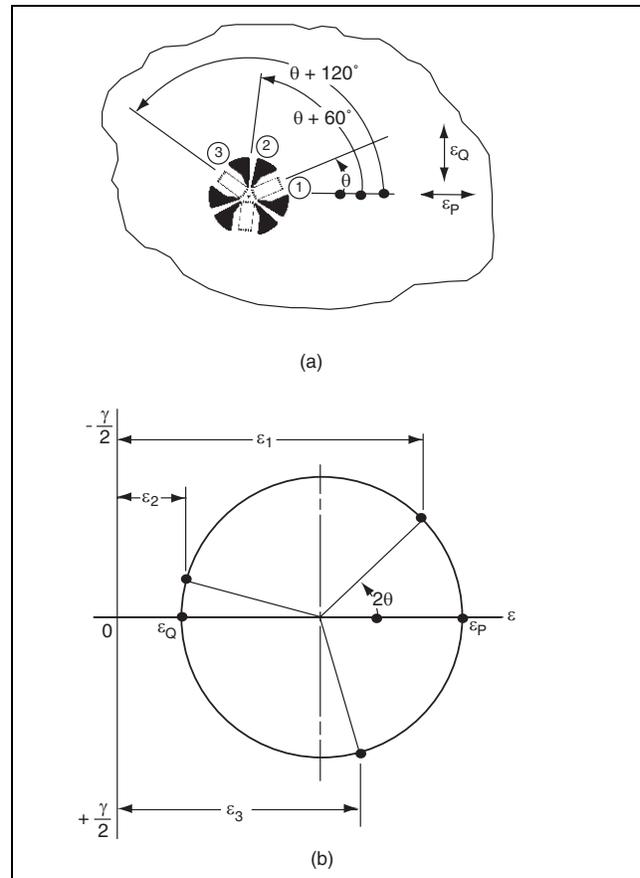


Abb. 6 - Delta-Rosette (a): Installiert auf eine Messobjekt-Oberfläche mit Gitter 1 unter 60° zur Hauptdehnungsrichtung.

Rosetten-Gitterachsen (b): In Mohr'schen Dehnungskreis eingezeichnet. Es ist zu beachten, dass Gitter 1 unter 60° (entgegen Uhrzeigersinn) gesehen werden muss sowie unter $+120^\circ$ im Mohr'schen Kreis.

Wird die Hauptdehnungsrichtung mittels Computer aus Gleichungen (5) oder (8) automatisch errechnet, muss natürlich darauf geachtet werden, dass die Bedingung einer Division durch Null vermieden wird, wenn $\epsilon_1 = \epsilon_3$ bei der Rechtwinkelrosette und $\epsilon_1 = (\epsilon_2 + \epsilon_3)/2$ bei der Delta-Rosette. Aus diesem Grund sollte der Computer so programmiert werden, dass er in jedem Fall immer erst die obigen Bedingungen (c) und (d) untersucht, bevor er \arctan berechnet.

Sind die Hauptdehnungen mittels der Gleichungen (3) oder (6) bestimmt worden, ist der Dehnungszustand auf der Oberfläche eines Messobjekts vollständig definiert. Wenn gewünscht, kann dann die maximale Schubdehnung direkt erhalten werden aus:

$$\gamma_{\max} = \epsilon_P - \epsilon_Q \quad (9)$$

DMS-Rosetten - Auswahl, Anwendung und Datenauswertung

Das intuitive Verstehen und Erfassen eines Dehnungszustands wird auch unterstützt, indem man den entsprechenden Mohr'schen Kreis annähernd maßstäblich zeichnet. Der erste Term der Gleichungen (3) und (6) stellt immer die Entfernung zwischen dem Nullpunkt des Koordinatensystems und dem Mittelpunkt des Kreises dar und der zweite Term den Radius des Kreises oder $\gamma_{\max}/2$. Weitere Einsicht kann erlangt werden, wenn, mit bereits errechnetem Winkel ϕ , die Rosetten-Gitterachsen in den Mohr'schen Kreis eingezeichnet werden, wie in *Abb. 5c* und *6b* geschehen.

5.0 Hauptspannungen aus Hauptdehnungen

Eine 3-Element-DMS-Rosette muss, wie oben schon bemerkt, eingesetzt werden, wenn ein allgemeiner zweiachsiger Dehnungszustand vorliegt, dessen Hauptrichtungen unbekannt sind. Nun wird aber in der experimentellen Beanspruchungs- oder Spannungsanalyse in der Regel nach den *Hauptspannungen* gefragt, um Beurteilungsgrundlagen und Vergleichswerte für Versagenskriterien zu erhalten. Liegen über den Dehnungszustand auf der Oberfläche eines Messobjekts komplette quantitative Informationen vor, wie sie mithilfe der in **Abschnitt 4.0** gezeigten Beziehungen erarbeitet werden können, ist es leicht, auch den entsprechenden Spannungszustand zu bestimmen, vorausgesetzt allerdings, dass das Material des Messobjekts hinsichtlich seiner mechanischen Eigenschaften gewisse Voraussetzungen erfüllt. Da nun einige kommerziell erhältliche DMS-Messinstrumente und Datenerfassungsanlagen, wie z. B. SYSTEM 6000 von der Vishay Micro-Measurements, für die Berechnung der Hauptdehnungen und Hauptspannungen aus erfassten Messwerten ausgerüstet sind, mögen die folgenden Ausführungen als für die Anwendung solcher Messanlagen brauchbare und hilfreiche Hintergrundinformationen dienen.

Ist der Werkstoff des Messobjekts in seiner Zusammensetzung homogen, verhält er sich isotrop und zeigt er ein lineares Spannungs/Dehnungs-Verhältnis, dann kann das Hook'sche Gesetz für den zweiachsigen Spannungszustand angewandt werden, um aus den Hauptdehnungen die Hauptspannungen zu berechnen. Diese Vorgehensweise setzt natürlich voraus, dass der Elastizitätsmodul E und die Poisson'sche Zahl ν für den Werkstoff bekannt sind. Das Hook'sche Gesetz für den zweiachsigen Spannungszustand kann so geschrieben werden:

$$\sigma_P = \frac{E}{1 - \nu^2} (\epsilon_P + \nu \epsilon_Q) \quad (10a)$$

$$\sigma_Q = \frac{E}{1 - \nu^2} (\epsilon_Q + \nu \epsilon_P) \quad (10b)$$

Die mit den Gleichungen (3) oder (6) errechneten numerischen Werte können zusammen mit den Werten für E und ν , in die Gleichungen (10) eingesetzt werden, und man erhält die Hauptspannungen. Alternativ können aber auch die Gleichungen (3) oder (6) - abhängig vom Rosettentyp - algebraisch in die Gleichungen (10) substituiert werden,

womit sich die Hauptspannungen direkt aus den drei gemessenen Dehnungswerten und den Materialkennwerten ergeben:

Rechtwinkel-Rosette

$$\sigma_{P,Q} = \frac{E}{2} \left[\frac{\epsilon_1 + \epsilon_3}{1 - \nu} \pm \frac{\sqrt{2}}{1 + \nu} \sqrt{(\epsilon_1 - \epsilon_2)^2 + (\epsilon_2 - \epsilon_3)^2} \right] \quad (11)$$

Delta-Rosette

$$\sigma_{P,Q} = \frac{E}{3} \left[\frac{\epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3}{1 - \nu} \pm \frac{\sqrt{2}}{1 + \nu} \sqrt{(\epsilon_1 - \epsilon_2)^2 + (\epsilon_2 - \epsilon_3)^2 + (\epsilon_3 - \epsilon_1)^2} \right] \quad (12)$$

Ist das Material des Messobjekts isotrop und verhält es sich linearelastisch, was für die Gültigkeit der obigen Spannungs/Dehnungs-Beziehungen vorauszusetzen ist, dann stimmen die Hauptspannungsrichtungen mit den Hauptdehnungsrichtungen überein. Demzufolge ergibt sich der Winkel zwischen Rosettengitter 1 und der Hauptspannungsrichtung für die Rechtwinkel-Rosette aus Gleichung (5) und für die Delta-Rosette aus Gleichung (8).

6.0 Fehler, Korrekturen, Anwendungsgrenzen

Das offensichtliche Ziel der experimentellen Spannungsanalyse ist es, diejenigen mechanischen Spannungen so genau wie möglich zu ermitteln, die für die Einsatzzuverlässigkeit eines Bauteils oder einer Konstruktion von bestimmender Bedeutung sind. Wie in den bisherigen Abschnitten dieser TechNote dargestellt wurde, besteht der Prozess zur Ermittlung der Hauptspannungen aus drei sich folgenden Grundsritten: 1. Messung der Oberflächendehnung mit einer DMS-Rosette, 2. Umwandlung der gemessenen Dehnungswerte in entsprechende Hauptdehnungen, 3. Umwandlung der Hauptdehnungen in entsprechende Hauptspannungen. Jedem dieser Schritte sind eigene charakteristische Fehlerquellen beizumessen, und jeder hat seine ihm eigenen Anwendungsgrenzen. Das muss vom Spannungsanalytiker sorgfältig in Betracht gezogen werden, um potenziell ernsthafte Fehler bei den resultierenden Hauptspannungen zu vermeiden.

Zuallererst müssen die gemessenen Dehnungswerte so fehlerfrei wie möglich sein. Dehnungsmessungen mit Rosetten unterliegen natürlich den gleichen Fehlermöglichkeiten wie solche mit regulären Linear-DMS (thermisches Ausgangssignal, Querdehnungsempfindlichkeit, Empfindlichkeitsverlust durch Messkabel usw.). Also sind auch die gleichen Kontroll- und/oder Korrigiermaßnahmen erforderlich, um Messwerte mit der gewünschten oder erforderlichen Genauigkeit zu erhalten. So sollte z. B. der Empfindlichkeitsverlust durch Kabel mittels geeigneter Nebenschluss-(Shunt)-Kalibrierung (*Ref. 4*) eliminiert oder die Dehnungsdaten numerisch, entsprechend eines auf der Basis des bekannten Kabel- und DMS-Widerstands errechneten Empfindlichkeitsverlusts, korrigiert werden.

DMS-Rosetten

- Auswahl, Anwendung und Datenauswertung

Da mindestens eines der Rosettengitter auf jeden Fall einer Querdehnung ausgesetzt sein wird, die gleich oder größer ist als die Dehnung entlang der Gitterachse, darf der Fehler aus der Querdehnungsempfindlichkeit bei der Auswertung von Rosetten-Messdaten nicht außer acht gelassen werden. Die Größe dieses Fehlers für einen gegebenen Einsatzfall hängt ab von der Querdehnungsempfindlichkeit des Rosetten-Messgitters K_t^1 und von dem Verhältnis der Hauptdehnungen ($\varepsilon_p/\varepsilon_Q$) zueinander. Im Allgemeinen kann man davon ausgehen, dass dieser Fehler klein oder vernachlässigbar wird, wenn $K_t \leq 1\%$ ist. Bei größeren Werten für K_t kann allerdings, abhängig von der erforderlichen Genauigkeit, eine diesbezügliche Korrektur durchaus notwendig werden. Entsprechende Prozeduren sowie die anzuwendenden Korrekturgleichungen werden für alle Fälle und für alle Rosettentypen in *Ref. 5* detailliert dargestellt.

Sind Dehnungsmessungen unter variablen Temperaturbedingungen durchzuführen, kann das thermische Ausgangssignal der DMS (oder Rosettengitter) unter Umständen zu großen Fehlern führen - es sei denn, das Messinstrument kann bei Erreichen der Messtemperatur auf Null abgeglichen werden, und zwar zu einem Zeitpunkt, bei dem das Messobjekt frei von Spannungen ist, welche die zu messenden Dehnungen hervorrufen. Dazu kommt, dass auch der K-Faktor der DMS sich mit der Temperatur ändert. *Ref. 6* behandelt den Komplex der Fehler aus Temperatureinwirkung auf DMS in allen Einzelheiten und schildert genaue Kompensations- und Korrekturmöglichkeiten, um diese Fehler zu minimieren.

Wenn sichergestellt ist, dass Fehler wie die soeben beschriebenen eliminiert oder, soweit es eben geht, unter Kontrolle gehalten sind, kann den möglichen Fehlern Aufmerksamkeit gewidmet werden, die sich bei der Dehnungstransformation zur Erlangung der Hauptdehnungen ergeben können. Eine potenziell schwerwiegende Fehlerquelle kann sich auftun, wenn versucht wird, aus drei einzelnen Linear-DMS sozusagen eine Do-it-yourself-Rosette herzustellen. Der Fehler entsteht aus der Fehlansrichtung der Einzel-DMS innerhalb der gedachten Rosetten-Konfiguration. Orientiert man zum Beispiel das zweite und dritte Gitter einer Rechtwinkel-Rosette nicht exakt unter 45° bzw. 90° zum ersten Gitter, werden die errechneten Hauptdehnungen fehlerhaft sein.

Die Größe dieses Fehlers hängt selbstverständlich von der Richtung und Größe der Fehlansrichtung ab; aber auch das Verhältnis der Hauptdehnungen $\varepsilon_p/\varepsilon_Q$ spielt eine Rolle sowie die allgemeine Orientierung der Rosette relativ zur Hauptdehnungsrichtung. Für bestimmte Kombinationen von Hauptdehnungsverhältnissen und Rosettenorientierungen können Fehlansrichtungen der Gitter 2 und 3 zu Fehlern von 20% und mehr bei einer der beiden Hauptdehnungen führen,

Besonders bei kleinen DMS ist es für den Anwender in den allermeisten Fällen schwer, aus Linear-DMS eine Rosette in der benötigten Ausrichtungsposition der Einzelgitter herzustellen. Aus diesem Grund wäre er wohlberaten, kommerziell hergestellte und somit fertige Rosetten einzusetzen. Der Fertigungsgang von Rosetten der Micro-Measurements Division der Vishay Micro-Measurements schließt Fehler aus der Gitterorientierung der Rosetten komplett aus. Tritt ein Fall ein, bei dem die Herstellung einer Rosette aus einzelnen Linear-DMS unumgänglich ist, sollte der präzisen Winkelorientierung äußerster Aufmerksamkeit gewidmet werden. Und sollte die Hauptdehnungsrichtung voraussehbar sein, wenn auch nur ungefähr, so sollte daraufhin die Richtung von Gitter 1 oder 3 einer Rechtwinkel-Rosette oder eines der drei Gitter einer Delta-Rosette mit einer Hauptrichtung in Deckung gebracht werden, um den Fehler aus Gitter-Fehlansrichtungen zu minimieren.

Die in **Abschnitt 4.0** gegebenen Beziehungen zur Dehnungstransformation und zu den Gleichungen zur Rosetten-Datenreduktion setzen am Ort der Rosetten-Installation einen gleichförmigen Dehnungszustand voraus. Da die Rosette einen endlichen Bereich auf der Oberfläche eines Messobjekts abdeckt, können große Dehnungsunterschiede im abgedeckten Bereich zu bedeutenden Fehlern bei den Hauptdehnungen führen, zumindest bei Planar-Rosetten (*Ref. 7*). Für solche Fälle hat der Einsatz einer gekreuzten Rosette merkliche Vorteile. Sie bedeckt, bezogen auf die gleiche Gitterlänge, eine erheblich kleinere Fläche, und der Flächenschwerpunkt aller drei Gitter liegt exakt über dem gleichen Punkt der Messobjektoberfläche.

Unter bestimmten Umständen kann die Forderung nach Homogenität des Messobjektwerkstoffs und Gleichförmigkeit der Dehnungsverteilung als weniger gravierend betrachtet werden. Als Beispiel sei eine Anwendung bei faserverstärktem Kunststoff herangezogen. Ist nämlich der Abstand zwischen den Inhomogenitäten des Materials (z. B. der Abstand von Faser zu Faser) klein im Vergleich zur aktiven Gitterlänge der Rosette, dann wird jedes Gitter eine vielleicht als "makroskopisch" zu bezeichnende Dehnung anzeigen, die den Mittelwert der Dehnung unter dem Gitter in Gitterrichtung bedeutet. Diese gemessenen Dehnungswerte können, nach den üblichen Fehlerkorrekturen, in den Gleichungen (3) oder (6) eingesetzt werden, um die makroskopischen Dehnungen zum Zweck der Spannungs-

¹⁾ Um Verwirrung bei der Notation zu vermeiden, ist hier folgende Erklärung am Platz: K_t darf nicht mit dem DMS-K-Faktor verwechselt werden. Bei Dehnungsmessstreifen US-amerikanischer Herstellung ist damit der Koeffizient der Querdehnungsempfindlichkeit eines DMS-Messgitters bezeichnet, in der Regel in Prozent der gemessenen Längsdehnung angegeben. In der englisch/amerikanischen Literatur steht für den K-Faktor GF (Gage Factor). Da aber auf den DMS-Datenblättern der Vishay Micro-Measurements K_t für die Querdehnungsempfindlichkeit erscheint, ist diese Notation auch in der TechNote beibehalten.

DMS-Rosetten - Auswahl, Anwendung und Datenauswertung

analyse eines Composite-Bauteils zu erhalten (*Rel. 8*). Wie weiter unten angedeutet, ist es allerdings unzulässig, die Gleichungen (10) bis (12) für diesen Zweck zu benutzen.

Es gibt eine weitere Anwendungsbegrenzung für die in Gleichung (1) dargestellte Dehnungstransformation, welche, wenn auch nicht häufig vorkommend, doch beachtet werden sollte. Die Dehnungsverteilung um einen Punkt, wie sie in den Lehrbüchern überall dargestellt wird, leitet sich aus der sogenannten Theorie der "infinitesimalen Dehnung" ab. Das bedeutet, dass die Herleitung relativ einfacher Beziehungen wie beispielsweise Gleichung (1) unter der Annahme so hinreichend kleiner Dehnungen geschieht, dass die folgenden Näherungen zur Beschreibung der Normal- und Schubdehnungen benutzt werden können, ohne übermäßig große Fehler einzuführen:

$$\varepsilon + \varepsilon^2 \approx \varepsilon \quad (13)$$

$$\sin \gamma \approx \tan \gamma \approx \gamma \quad (14)$$

Obwohl oft unbeachtet, sind diese Näherungen in allen Gleichungen enthalten, die in der zeitgenössischen praktischen und theoretischen Spannungsanalyse (sobald Dehnungstransformation eine Rolle spielt) zur Anwendung kommen. Das gilt auch für den Mohr'schen Dehnungskreis und damit für alle Gleichungen in **Abschnitt 4.0**, die ihm entsprechen. Die Theorie der infinitesimalen Dehnung befriedigt in hohem Maße die meisten praktischen Fälle zur Spannungsanalyse an konventionellen Konstruktionswerkstoffen, da die Dehnungen, obwohl natürlich nicht "unendlich" klein, im Vergleich zu eins doch sehr klein sind. So ergibt sich für einen Dehnungspegel von 0,002 (2000 $\mu\text{m}/\text{m}$) ein Fehler von nur ungefähr 0,2%, wenn man ε^2 im Vergleich zu ε außer acht lässt.

Allerdings werden in der Praxis DMS-Rosetten auch manchmal zur Messung großer Dehnungen eingesetzt. Das gilt zum Beispiel für Messungen auf Kunststoff und auf Elastomeren sowie für Versuche im plastischen Verformungsbereich von Metallen. Dehnungswerte in einer Größenordnung über 0,01 (10000 $\mu\text{m}/\text{m}$) werde gewöhnlich als "große" oder "endliche" Größen bezeichnet, und die Beziehungen der Dehnungstransformation (Gleichung 1) mögen unter solchen Umständen die vorliegende Dehnungsvariation an einem Punkt nicht adäquat darstellen. Abhängig von den aktuellen Dehnungsgrößen und der für die Bestimmung der Hauptdehnungen erforderlichen situationsgerechten Genauigkeit, kann es notwendig werden, für die Auswertung von Rosettendaten die für große Dehnungen maßgebenden Analysemethoden heranzuziehen (*Ref. 9*).

Der letzte Schritt, der erforderlich ist, um für einen gegebenen Spannungszustand die Hauptspannungsgrößen zu erhalten, ist die Einführung des Hook'schen Gesetzes für den zweiachsigen Spannungszustand. Um aus den Hauptdehnungen die Hauptspannungen zu errechnen, muss natürlich der Elastizitätsmodul E sowie die Poisson'sche Zahl des Bauteilmaterials bekannt sein. Da die berechnete Span-

nung dem E-Modul proportional ist, wird jeder Fehler, mit dem E behaftet ist, direkt bis zu den Hauptspannungswerten mitgezogen werden. Und man muss sich der Tatsache bewusst sein, dass bei den angewandten E-Modul-Werten Fehler von $\pm 3\%$ bis $\pm 5\%$ durchaus nicht unüblich sind. Die der Poisson'schen Zahl ν anhaftenden Fehler haben wegen der untergeordneten Rolle dieser Größe in den Auswertbeziehungen eine wesentlich kleinere Auswirkung.

Eine weitere Bedingung für die richtige Anwendung des Hook'schen Gesetzes ist ein lineares Spannungs/Dehnungsverhalten. Das bedeutet $E = \text{const}$, im Bereich des Spannungszustands, den es zu analysieren gilt. Diese Forderung stellt für konventionelle Materialien wie die üblichen Stahl- oder Aluminiumlegierungen gewöhnlich kein Problem dar. Andere Werkstoffe aber (z. B. einige Kunststoffe, Gusseisen oder Magnesiumlegierungen) zeigen durchaus unlineare Spannungs-/Dehnungscharakteristika. Da jedoch der Transformationsprozess zur Erlangung von Hauptdehnungen aus gemessenen Dehnungen unabhängig ist von Werkstoffkennwerten, können die Hauptdehnungen mittels Rosettenmessungen jederzeit mit den in dieser TechNote beschriebenen Methoden bestimmt werden. Allerdings können die so bestimmten Hauptdehnungen mithilfe des Hook'schen Gesetzes für den zweiachsigen Spannungszustand nicht mit zufriedenstellender Genauigkeit in Hauptspannungen umgerechnet werden, wenn die Spannungs/Dehnungsbeziehung wahrnehmbar unlinear ist.

Eine weitere Forderung, die für eine adäquate Anwendung des Hook'schen Gesetzes gestellt werden muss, ist strikte Isotropie für die mechanischen Eigenschaften des Bauteilmaterials, das heißt: die Werkstoffkennwerte, besonders E-Modul und Poisson'sche Zahl müssen richtungsunabhängig sein. Obwohl sich kalt gezogene Metallwerkstoffe hinsichtlich dieser Forderung nicht perfekt verhalten, mögen bei verantwortungsvoller Situationsbeurteilung in solchen Fällen Abweichungen vom Idealzustand bei routinemäßigen Spannungsanalysen gewöhnlich ignoriert werden können. Im Gegensatz dazu verhalten sich hochleistungsfähige Composite-Werkstoffe mit gerichteten Fasern in Bezug auf die Werkstoffkennwerte total richtungsabhängig, je nach Faserrichtung orthotrop oder sonstwie anisotrop. Das in den Gleichungen (10) beschriebene Hook'sche Gesetz ist für diese Materialien nicht anwendbar, was bedeutet, dass speziell auf dieses Werkstoffverhalten abgestimmte Beziehungen benötigt werden, um Hauptspannungen aus Rosetten-Dehnungsdaten zu errechnen (*Ref. 8*).

DMS-Rosetten - Auswahl, Anwendung und Datenauswertung

Referenzen

1. Vishay Micro-Measurements TechNote TN-505, *DMS-Auswahl/ -Kriterien, Vorgangsweisen, Empfehlungen*
2. Vishay Micro-Measurements TechNote TN-511, *Richtungsfehler bei DMS-Installationen*
3. Perry, C.C., *Data-Reduction Algorithms for Strain Gage Rosette Measurements* (Experimental Techniques, May 1989, pp. 13-18)
4. Vishay Micro-Measurements TechNote TN-514, *Nebenschluss-(Shunt)-Kalibrierung von DMS-Instrumenten*
5. Vishay Micro-Measurements TechNote TN-509, *Fehler aufgrund der Querdehnungsempfindlichkeit von DMS*
6. Vishay Micro-Measurements TechNote TN-504, *Thermisches Ausgangssignal aus DMS und K-Faktor-Änderung mit der Temperatur*
7. Troke, R. W. *Flat vs. Stacked Rosettes* (Experimental Mechanics, May 1887 pp. 24A-28A)
8. Tsai, S. W. und H. T. Hahn, *Introduction to Composite Materials* (Technomic Publishing Company, 1980)
9. Meyer, M. L., *Interpretation of Surface-Strain Measurements in Terms of Finite Homogeneous Strains* (Experimental Mechanics, December 1963. pp. 294-301).

Anhang

Ableitung der Beziehungen zur Dehnungstransformation [Gleichung (1) im Text] aus der Deformationsgeometrie

Es sei ein kleiner Bereich auf der Oberfläche eines Messobjekts betrachtet, wie in *Abb. A-1* dargestellt. Die Linie 0-P, die eine Länge L_0 hat und unter einem Winkel θ zur X-Achse liegt, wird bei Dehnungszustand Null auf die Oberfläche aufgetragen. Werden die gleichförmigen Dehnungen ε_P und ε_Q in Richtung der X- bzw. Y-Achse aufgebracht, bewegt sich der Punkt P nach P' als Resultat der Verschiebungen ΔX und ΔY (in der Skizze zur klareren Darstellung stark übertrieben).

Aus der Abbildung ergibt sich:

$$\Delta X = \varepsilon_P (L_0 \cos\theta) \quad (A-1)$$

$$\Delta Y = \varepsilon_Q (L_0 \sin\theta) \quad (A-2)$$

Aus dem in *Abb. A-2* gezeigten vergrößerten Bereich der *Abb. A-1* wird ersichtlich, dass für kleine Dehnungen gilt:

$$\Delta L \approx \Delta X \cos\theta + \Delta Y \sin\theta \quad (A-3)$$

Aus Gleichungen (A-1) und (A-2) substituierend ergibt sich:

$$\Delta L \approx L_0 (\varepsilon_P \cos^2\theta + \varepsilon_Q \sin^2\theta) \quad (A-4)$$

oder

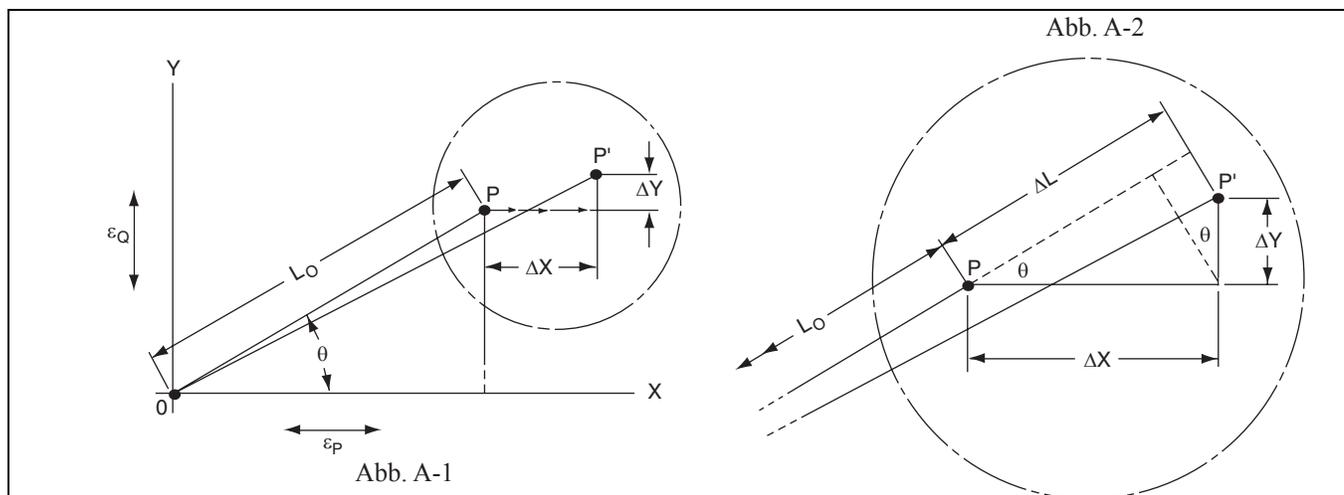
$$\varepsilon_\theta = \frac{\Delta L}{L_0} = \varepsilon_P \cos^2\theta + \varepsilon_Q \sin^2\theta \quad (A-5)$$

Da jedoch

$$\cos^2\theta = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\theta) \quad \text{und} \quad \sin^2\theta = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\theta).$$

resultiert eine weitere Substitution in:

$$\varepsilon_\theta = \frac{\varepsilon_P + \varepsilon_Q}{2} + \frac{\varepsilon_P - \varepsilon_Q}{2} \cos 2\theta \quad (A-6)$$



DMS-Rosetten - Auswahl, Anwendung und Datenauswertung

Alternative Gleichungen zur Datenreduktion

In der ausgiebig vorhandenen technischen Literatur, die sich mit DMS-Rosetten befasst, wird der Anwender des öfteren Beziehungen zur Datenauswertung begegnen, welche sich untereinander stark unterscheiden und die auch merklich von den in dieser TechNote präsentierten abweichen. In der Regel kann man davon ausgehen, dass die publizierten Gleichungen gleiche Resultate zeitigen und nur in ihrer algebraischen Form voneinander abweichen, sich der Nachweis dessen jedoch häufig als zeitraubende Prozedur herausstellen kann. Da aus Gewohnheitsgründen manche Anwender bestimmten Gleichungsformen den Vorzug geben mögen oder weil solche bestimmte Gleichungsformen rechnerischprozedurale Vorteile haben können, werden im folgenden alternative Darstellungsweisen der grundsätzlichen Beziehungen gegeben. Sie sind alle gleichermaßen richtig, solange die einzelnen Rosettengitter in der in dieser TechNote beschriebenen Weise durchnummeriert werden.

Rechtwinkel-Rosette:

$$\varepsilon_{P,Q} = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_3}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_3)^2 + [2\varepsilon_2 - (\varepsilon_1 + \varepsilon_3)]^2} \quad (\text{A-7})$$

$$\varepsilon_{P,Q} = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_3}{2} \pm \sqrt{[(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2]}/2 \quad (\text{A-8})$$

$$\varepsilon_{P,Q} = C \pm \sqrt{(C - \varepsilon_1)^2 + (C - \varepsilon_2)^2} \quad (\text{A-9})$$

wobei $C = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_3}{2}$

Delta-Rosette:

$$\varepsilon_{P,Q} = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3}{3} \pm \sqrt{\left[\frac{2\varepsilon_1 - (\varepsilon_2 + \varepsilon_3)}{3}\right]^2 + \frac{1}{3}(\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2} \quad (\text{A-10})$$

$$\varepsilon_{P,Q} = \quad (\text{A-11})$$

$$\frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3}{3} \pm \sqrt{2[(\varepsilon_1 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2]}/9$$

$$\varepsilon_{P,Q} = \quad (\text{A-12})$$

$$C \pm \sqrt{2[(C - \varepsilon_1)^2 + (C - \varepsilon_2)^2 + (C - \varepsilon_3)^2]}/3$$

wobei $C = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3}{3}$

Kartesische Darstellung der Dehnungsgrößen aus Rosetten-Messungen

Es kann gelegentlich wünschenswert sein, die kartesischen Dehnungskomponenten (ε_X , ε_Y und γ_{XY}) relativ zu einem spezifizierten X/Y-Koordinatensystem zu erhalten. Die Notwendigkeit dafür kann sich ergeben, wenn beispielsweise auf orthotropen Composite-Werkstoffen gemessen wird. Die kartesischen Dehnungskomponenten sind auch dann von Nutzen, wenn aus Rosettenmessdaten die Hauptdehnungen mittels Matrix-Transformationsmethoden berechnet werden.¹⁾

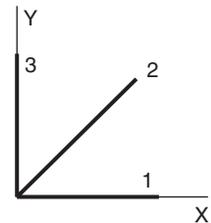
Stimmt die X-Achse des Koordinatensystems mit der Richtung des Referenz-Rosettengitters (Gitter 1) überein, sind die kartesischen Dehnungskomponenten die folgenden:

Rechtwinkel-Rosette:

$$\varepsilon_X = \varepsilon_1$$

$$\varepsilon_Y = \varepsilon_3$$

$$\gamma_{XY} = 2\varepsilon_2 - (\varepsilon_1 + \varepsilon_3)$$

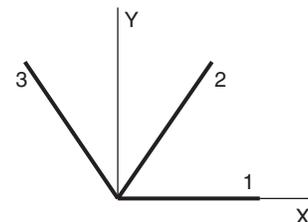


Delta-Rosette:

$$\varepsilon_X = \varepsilon_1$$

$$\varepsilon_Y = [2(\varepsilon_2 + \varepsilon_3) - \varepsilon_1]/3$$

$$\gamma_{XY} = 2(\varepsilon_2 - \varepsilon_3)/\sqrt{3}$$



Die gezeigte Vorgehensweise beruht, wie angezeigt, auf einer Nummerierung der Rosettengitter entgegen dem Uhrzeigersinn. Ist die errechnete Schubdehnung γ_{XY} positiv, wird der ursprünglich rechte Winkel aus dem Ursprung des X/Y-Koordinatensystems um den Betrag der Schubdehnung kleiner.

¹⁾ Milner, P. R., *A Modern Approach to Principal Stresses and Strains* (Strain, November 1989, pp. 135-138).